

Organizadores

Roberta Modesto Braga

Elizabeth Gomes Souza

Adilson Oliveira do Espírito Santo

MODELAGEM MATEMÁTICA



RE/CONSTRUÇÃO DE PERSPECTIVAS

Textos de

Adilson Oliveira do Espírito Santo | Ariwilson Gomes dos Santos | Edilene Farias Rozal | Ednilson Sergio Ramalho de Souza | Elizabeth Gomes Souza | Antônia Edna Silva dos Santos | Francisco Hermes Santos da Silva | Gabriel Brabo de Vasconcelos | Janaina Batista dos Prazeres | Layane Caroline Silva Lima Braun | Lília Cristina dos Santos Diniz Alves | Luiz Antonio Ribeiro Neto de Oliveira | Maria Adriana Leite | Marianna Sarmento Zampolo | Neuma Teixeira dos Santos | Rhômulo Oliveira Menezes | Roberta Modesto Braga | Suellem Vasconcelos | Veraciv Brabo de Vasconcelos

MODELAGEM MATEMÁTICA: RE/CONSTRUÇÃO DE PERSPECTIVAS

Roberta Modesto Braga
Elizabeth Gomes Souza
Adilson Oliveira do Espírito Santo
(Organizadores)

MODELAGEM MATEMÁTICA: RE/CONSTRUÇÃO DE PERSPECTIVAS

Edição 1

Belém-PA



© 2022 Edição brasileira
by RFB Editora
© 2022 Texto
by Autor(es)
Todos os direitos reservados

RFB Editora
Home Page: www.rfbeditora.com
Email: adm@rfbeditora.com
WhatsApp: 91 98885-7730
CNPJ: 39.242.488/0001-07
Av. Augusto Montenegro, 4120 - Parque Verde, Belém - PA, 66635-110

Diagramação

Pryscila Rosy Borges de Souza

Design da capa

Roberta Modesto Braga

Revisão de texto

Os autores

Bibliotecária

Janaina Karina Alves Trigo Ramos

Gerente editorial

Nazareno Da Luz

<https://doi.org/10.46898/rfb.9786558892717>

Catálogo na publicação
Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

M689

Modelagem matemática: re/construção de perspectivas / Roberta Modesto Braga (Organizadora), Elizabeth Gomes Souza (Organizadora), Adilson Oliveira do Espírito Santo (Organizador) – Belém: RFB, 2022.

Livro em PDF

198 p., il.

ISBN: 978-65-5889-271-7

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717

1. Matemática – Estudo e ensino. I. Braga, Roberta Modesto (Organizadora). II. Souza, Elizabeth Gomes (Organizadora). III. Espírito Santo, Adilson Oliveira do (Organizador). IV. Título.

CDD 510.07

Índice para catálogo sistemático

I. Matemática – Estudo e ensino



Todo o conteúdo apresentado neste livro, inclusive correção ortográfica e gramatical, é de responsabilidade do(s) autor(es).

Obra sob o selo *Creative Commons*-Atribuição 4.0 Internacional. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.

Conselho Editorial

Prof. Dr. Ednilson Sergio Ramalho de Souza - UFOPA (Editor-Chefe)

Prof.^a Dr.^a. Roberta Modesto Braga-UFPA

Prof. Dr. Laecio Nobre de Macedo-UFMA

Prof. Dr. Rodolfo Maduro Almeida-UFOPA

Prof.^a Dr.^a. Ana Angelica Mathias Macedo-IFMA

Prof. Me. Francisco Robson Alves da Silva-IFPA

Prof.^a Dr.^a. Elizabeth Gomes Souza-UFPA

Prof.^a Dr.^a. Neuma Teixeira dos Santos-UFRA

Prof.^a Ma. Antônia Edna Silva dos Santos-UEPA

Prof. Dr. Carlos Erick Brito de Sousa-UFMA

Prof. Dr. Orlando José de Almeida Filho-UFSJ

Prof.^a Dr.^a. Isabella Macário Ferro Cavalcanti-UFPE

Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares-UFPI

Prof.^a Dr.^a. Welma Emidio da Silva-FIS

Comissão Científica

Prof. Dr. Laecio Nobre de Macedo-UFMA

Prof. Me. Darlan Tavares dos Santos-UFRJ

Prof. Dr. Rodolfo Maduro Almeida-UFOPA

Prof. Me. Francisco Pessoa de Paiva Júnior-IFMA

Prof.^a Dr.^a. Ana Angelica Mathias Macedo-IFMA

Prof. Me. Antonio Santana Sobrinho-IFCE

Prof.^a Dr.^a. Elizabeth Gomes Souza-UFPA

Prof. Me. Raphael Almeida Silva Soares-UNIVERSO-SG

Prof.^a Dr.^a. Andréa Krystina Vinente Guimarães-UFOPA

Prof.^a Ma. Luisa Helena Silva de Sousa-IFPA

Prof. Dr. Aldrin Vianna de Santana-UNIFAP

Prof. Me. Francisco Robson Alves da Silva-IFPA

Prof. Dr. Marcos Rogério Martins Costa-UnB

Prof. Me. Márcio Silveira Nascimento-IFAM

Prof.^a Dr.^a. Roberta Modesto Braga-UFPA

Prof. Me. Fernando Vieira da Cruz-Unicamp

Prof.^a Dr.^a. Neuma Teixeira dos Santos-UFRA

Prof. Me. Angel Pena Galvão-IFPA

Prof.^a Dr.^a. Dayse Marinho Martins-IEMA

Prof.^a Ma. Antônia Edna Silva dos Santos-UEPA

Prof.^a Dr.^a. Viviane Dal-Souto Frescura-UFSM

Prof. Dr. José Moraes Souto Filho-FIS

Prof.^a Ma. Luzia Almeida Couto-IFMT

Prof. Dr. Carlos Erick Brito de Sousa-UFMA

Prof.^a Ma. Ana Isabela Mafra-Univali

Prof. Me. Otávio Augusto de Moraes-UEMA

Prof. Dr. Antonio dos Santos Silva-UFPA
Prof^a. Dr. Renata Cristina Lopes Andrade-FURG
Prof. Dr. Daniel Tarciso Martins Pereira-UFAM
Prof^a. Dr^a. Tiffany Prokopp Hautrive-Unopar
Prof^a. Ma. Rayssa Feitoza Felix dos Santos-UFPE
Prof. Dr. Alfredo Cesar Antunes-UEPG
Prof. Dr. Vagne de Melo Oliveira-UFPE
Prof^a. Dr^a. Ilka Kassandra Pereira Belfort-Faculdade Laboro
Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa-IEMA
Prof^a. Dr^a. Érima Maria de Amorim-UFPE
Prof. Me. Bruno Abilio da Silva Machado-FET
Prof^a. Dr^a. Laise de Holanda Cavalcanti Andrade-UFPE
Prof. Me. Saimon Lima de Britto-UFT
Prof. Dr. Orlando José de Almeida Filho-UFSJ
Prof^a. Ma. Patrícia Pato dos Santos-UEMS
Prof.^a Dr^a. Isabella Macário Ferro Cavalcanti-UFPE
Prof. Me. Alisson Junior dos Santos-UEMG
Prof. Dr. Fábio Lustosa Souza-IFMA
Prof. Me. Pedro Augusto Paula do Carmo-UNIP
Prof^a. Dr^a. Dayana Aparecida Marques de Oliveira Cruz-IFSP
Prof. Me. Alison Batista Vieira Silva Gouveia-UFG
Prof^a. Dr^a. Silvana Gonçalves Brito de Arruda-UFPE
Prof^a. Dr^a. Nairane da Silva Rosa-Leão-UFRPE
Prof^a. Ma. Adriana Barni Truccolo-UERGS
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares-UFPI
Prof. Me. Fernando Francisco Pereira-UEM
Prof^a. Dr^a. Cátia Rezende-UNIFEV
Prof^a. Dr^a. Katiane Pereira da Silva-UFRA
Prof. Dr. Antonio Thiago Madeira Beirão-UFRA
Prof^a. Ma. Dayse Centurion da Silva-UEMS
Prof.^a Dr^a. Welma Emidio da Silva-FIS
Prof^a. Ma. Elisângela Garcia Santos Rodrigues-UFPB
Prof^a. Dr^a. Thalita Thyrza de Almeida Santa Rosa-Unimontes
Prof^a. Dr^a. Luci Mendes de Melo Bonini-FATEC Mogi das Cruzes
Prof^a. Ma. Francisca Elidivânia de Farias Camboim-UNIFIP
Prof. Dr. Clézio dos Santos-UFRRJ
Prof^a. Ma. Catiane Raquel Sousa Fernandes-UFPI
Prof^a. Dr^a. Raquel Silvano Almeida-Unespar
Prof^a. Ma. Marta Sofia Inácio Catarino-IPBeja
Prof. Me. Ciro Carlos Antunes-Unimontes

Nossa missão é a difusão do conhecimento gerado no âmbito acadêmico por meio da organização e da publicação de livros científicos de fácil acesso, de baixo custo financeiro e de alta qualidade!

Nossa inspiração é acreditar que a ampla divulgação do conhecimento científico pode mudar para melhor o mundo em que vivemos!

Equipe RFB Editora



SUMÁRIO

PREFÁCIO.....	9
CAPÍTULO 1	
A DIMENSÃO CRÍTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL: REVISÃO DE LITERATURA E APLICAÇÃO PRÁTICA	15
Neuma Teixeira dos Santos	
Janaina Batista dos Prazeres	
Roberta Modesto Braga	
Adilson Oliveira do Espírito Santo	
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.1	
CAPÍTULO 2	
TECNOLOGIAS DIGITAIS NO LABORATÓRIO EXPERIMENTAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	29
Rhômulo Oliveira Menezes	
Roberta Modesto Braga	
Adilson Oliveira do Espírito Santo	
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.2	
CAPÍTULO 3	
AS ETAPAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DAS CRIANÇAS	45
Lilia Cristina dos Santos Diniz Alves	
Elizabeth Gomes Souza	
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.3	
CAPÍTULO 4	
ETAPAS, INTERDISCIPLINARIDADE, CONHECIMENTOS PRÉVIOS E CONTEXTUALIZAÇÃO DOS TEMAS COMO ASPECTOS CONVERGENTES EM ATIVIDADES PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	63
Antônia Edna Silva dos Santos	
Ariwilson Gomes dos Santos	
Francisco Hermes Santos da Silva	
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.4	
CAPÍTULO 5	
FORMAÇÃO DE PROFESSORES INDÍGENAS NA AMAZÔNIA: REFLEXÕES SOBRE ETNOMODELAGEM PARA O ENSINO	79
Maria Adriana Leite	
Gabriel Brabo de Vasconcelos	
Veraciv Brabo de Vasconcelos	
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.5	
CAPÍTULO 6	
ETNOMODELAGEM E O CONTEXTO DA ARTE MARAJOARA PARA O ENSINO.....	95
Marianna Sarmento Zampolo	
Roberta Modesto Braga	
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.6	
CAPÍTULO 7	
ETNOMODELOS EMERGENTES EM PRÁTICAS SOCIOCULTURAIS EM UMA CASA DE FARINHA	109
Luiz Antonio Ribeiro Neto de Oliveira	

Elizabeth Gomes Souza
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.7

CAPÍTULO 8

ATIVIDADES DE MODELAGEM E A CONTRIBUIÇÃO DA NEUROPLASTICIDADE EM UM AMBIENTE COM A MODELAGEM MATEMÁTICA.....127

Edilene Farias Rozal
Layane Caroline Silva Lima Braun
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.8

CAPÍTULO 9

DISCUSSÃO DE PROCESSOS MATEMÁTICOS NO FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA: EXPERIMENTO SOBRE DENSIDADE.....147

Suellem Vasconcelos Monteiro
Roberta Modesto Braga
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.9

CAPÍTULO 10

EFEITOS PROFÍCUOS DE UM CICLO DE MODELAGEM NO CONTEXTO DO ENSINO DE FÍSICA.....159

Ednilson Sergio Ramalho de Souza
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.10

CAPÍTULO 11

UM BOLO DE CANECA E CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UM SISTEMA DE ATIVIDADE ENGESTRONIANA177

Roberta Modesto Braga
DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.11

ÍNDICE REMISSIVO.....195

PREFÁCIO

Em primeiro lugar, e já agradecendo pelo privilégio de participar deste trabalho tão valioso e, em consequência, tão relevante! Além disso, sou um praticante inveterado de Modelagem Matemática tanto profissionalmente quanto em Educação Matemática. Bem, isso me coloca em dois contextos igualmente próximos de meu coração, ou de minha emoção e, portanto, de minhas convicções. Que vêm mudando ao longo dos anos, felizmente. Em muitos aspectos!

Em Modelagem Matemática, tanto profissionalmente quanto na Educação Matemática, minha experiência sempre tem sido a de que precisamos, inegavelmente, daquilo que é diferente, de quem faz de outro jeito, de quem usa diferentes instrumentos matemáticos e computacionais, de quem adota parâmetros diferentes, de quem pensa, fala e faz de modos diferentes! Uma possível ilustração se acha nesta obra, com diferentes visões do que é a modelagem matemática, de como descrevê-la, de como usá-la de onde tais visões e definições são necessárias, e com diferentes sugestões sobre o que é a Modelagem Matemática, diferentes práticas, diferentes usos... Um dos autores deste trabalho uma vez me afirmou, corrigindo minha suposição, do ponto de vista dele, que a Modelagem Matemática na Educação é um catalisador de um ambiente de aprendizagem – claro que nunca me esqueci da riqueza epistemológica que esta simples frase despertou em mim. Sendo eu uma pessoa que também trabalha profissionalmente com a Modelagem Matemática como práxis! Uma pessoa que, por essa atividade, considerava a Modelagem apenas como um ambiente de aprendizagem. O objetivo não é enfatizar que uma definição é melhor de algum modo do que outra e sim que as diferenças são sinérgicas. Mesmo porque as diferentes concepções nos servem em momentos diferentes, quando estas nos convêm...

Num trabalho paradigmático, Blum nos coloca uma diferença entre Aplicações Matemáticas e a Modelagem Matemática: enquanto aquela nasce na matemática e procura onde, fora da Matemática e, às vezes na própria Matemática, pode ser útil e relevante, esta nasce fora da Matemática, e traz uma situação-problema para a Matemática, na maior parte das vezes até sem alguma pergunta específica, para o universo matemático. E faz isso de modo quase sempre transdisciplinar. E nisso autoras e autores deste trabalho são sujeitos no aceitar desafios nascidos dos cotidianos de tantas comunidades em que se desenvolveram atividades. E leitoras e leitores se tornam, também, protagonistas no aprender, no aprender muito.

Assim, posso registrar subjetivamente, claro, a importância do primeiro capítulo reunindo o trabalho de Modelagem Matemática com Educação Ambiental: há

tempos pude trabalhar com o Prof. Ademir D. Caldeira na elaboração de sua tese, intitulada (defendida em 1988): “Educação Matemática e Ambiental: uma concepção de mudança”. O texto aqui apresentado estimula pedagogicamente a Matemática do compromisso com a sociedade, com a natureza e com o futuro. A descrição cuidadosa do trabalho realizado deve ser um estímulo a outras experiências desse tipo em toda uma diversidade de situações, de níveis, de focos. Aliás, ambos os comentários se aplicam a tudo nesta obra: compromisso e estímulo: faça-se Modelagem Matemática porque nós precisamos fazê-lo! Para aprender Matemática, claro, mas, sobretudo, para aprender a “ler” o mundo e conhecer-lhe os problemas reais... E para descobrir que, como Matemáticos, temos muito a contribuir para mudar histórias.

No segundo trabalho, temos uma saudabilíssima apresentação das tecnologias nos anos mais adiantados de formação. Mas de tecnologia hodierna. Isso de usar lápis e papel e, assim, forçar raciocínio e compreensão, também usa tecnologia, considerando que, apesar do papel ser bem mais antigo, o lápis nos vem do décimo segundo século ou algo assim. Apesar das insistências de vantagens para o raciocínio, esta postura não investe num futuro consciente: e a Modelagem Matemática exige, sim, o que nós temos de melhor do ponto de vista tecnológico, também: precisamos usar todos os recursos que há quando comprometemo-nos com a sociedade e com a natureza.

Em seguida, no terceiro capítulo, temos uma importante contribuição, abordando Modelagem Matemática nos anos iniciais – algo que muitas e muitos docentes achavam que não seria viável e, nesse capítulo, os alunos são colocados como sujeitos de um processo de aprendizagem em contraposição a serem objetos de um procedimento de ensino. Isto é fundamental para uma educação consciente, colocando alunas e alunos numa posição de atores na aprendizagem – desde os anos iniciais de sua escolarização.

No quarto trabalho, apesar de levar em consideração um largo espectro em suas análises, destaca-se um importante ponto: a contextualização. Este termo é utilizado de modo bem mais abrangente do que se usa comumente: esta contextualização não se resume apenas ao entorno das situações-problema, mas a um entorno completo de um modo original e inovador: são os contextos das comunidades, do quadro pedagógico em que se dão as atividades, das ações de aprendizagem e crítica, de análise e avaliações.

De modo semelhante no aspecto da inovação, o quinto capítulo coloca os alunos, que são também professores e sujeitos de um esforço no socializar as muitas

características das práticas docentes de professores indígenas, com uma crítica específica de um problema de matematização que se transforma numa consideração importantíssima sobre situações-problema descoladas da realidade efetiva dos alunos. Também aqui, o conceito de contextualização inclui, evidentemente, aspectos históricos, indispensáveis numa região de história e cultura marcantes. Escrito de outro modo, temos aqui uma importante observação, a de que a opção deve ser, de modo transdisciplinar, com situações que, para uma “leitura do mundo”, como nos ensina Paulo Freire, realmente venham a exigir matemática em seu estudo, sua análise, sua compreensão e suas propostas para uma melhoria da vida.

Logo em seguida, no sexto capítulo, numa fácil transição para considerações etnomatemáticas numa comunidade restrita e com relação às atividades comunitárias em tarefas específicas, que permitam a matemática em sua compreensão e avaliação tanto do ponto de vista de importantes detalhes quanto globalmente. É um texto que evidencia a proximidade de etnomatemática e modelagem matemática num sentido diferente daquele observado por Scanduzzi (em obra referenciada no texto): um sentido matemático que inclui a sociedade como um todo e não apenas restrita a problemas ligados a grandes questões industriais ou situações de dominação, numa perspectiva de vinho e queijo, como afirmaram tão bem Rosa e Orey em obra também referenciada no texto.

O sétimo capítulo apresenta a importância do ambiente de Modelagem Matemática e sua prática no estudo dos sujeitos aprendedores. Aliás, é evidente esta postura em todo o livro: a presença de alunos como sujeitos de seu processo de aprender em vez de serem objetos do processo de ensinar do professor. Deste ponto de vista, numa situação específica de educação de jovens e adultos, pode-se ter uma ideia de como a Modelagem Matemática exige o aprender a praticar a matemática e a falta que esta prática faz e os problemas que esta falta cria na já mencionada “leitura do mundo”. A abordagem quantitativa, não obstante ter sido feita em um restrito grupo, permite considerações qualitativas quanto aos procedimentos no aprender por parte dos alunos, repito, considerado como sujeitos do aprender.

Logo a seguir, oitavo capítulo, há o relato de uma atividade de Modelagem Matemática de um fenômeno aparentemente não-matemático em que a proceder matemático permite a avaliação de diferentes resultados e usa a matemática numa escolha. O modelo tem, evidentemente, um caráter empírico, mas a modelagem e os resultados obtidos tornam os procedimentos adotados também heurísticos. Uma vantagem desta atividade é o de se ter trilhado um caminho que permite muitas ou-

tras abordagens de problemas em que uma crítica matemática permite uma escolha quantitativa.

O antepenúltimo, capítulo nove, nos coloca frente a frente com uma análise de como reagiram e como reagem alunos diante de uma situação-problema que exige dos alunos a coleta de informações, a socialização de reflexões sobre o problema, a crítica das possibilidades de continuação dos procedimentos de modelagem matemática. Esta postura, presente, em geral, no livro todo, evidencia aquilo que Freire designava como a construção dialógica de conhecimento. Embora uma análise quantitativa tenha sido feita com relação a uma atividade, o texto indica, como desafio, a possibilidade de se fazerem atividades afins, com novas ações, novas percepções, novas construções de conhecimento relacionadas a situações específicas nas comunidades de atuação dos docentes que, no curso, foram sujeitos-alunos.

No capítulo 10, o trabalho com situações do estudo e da aprendizagem de fenômenos ligados à física escolar, de um modo especial em termos pedagógicos, análises empíricas e heurísticas se combinam na construção de modelos matemáticos para a compreensão de fenômenos sentidos tanto individualmente quanto socialmente: como cita o próprio texto, “um tema [e uma situação-problema] ... do cotidiano do aluno, facilitando assim sua discussão. Uma prática de Modelagem Matemática em que esta surge, sim, e de modo relevante, como um instrumental matemático para, feita uma leitura do mundo, se construam conhecimentos criticando-os e usando-os a serviço de uma comunidade.

Finalmente, no 11º capítulo, um digno fecho para uma obra de alto nível: nessa parte do texto, há a abordagem de muitas das considerações em capítulos anteriores, de modo implícito na descrição de atividades de iniciação científica em um laboratório experimental de modelagem matemática. Estas atividades incluem o uso de artefatos e tecnologias, a análise de ambientes naturais, o dinamismo de uma ação em modelagem matemática e a presença do contraditório. Este é um aspecto fundamental da Modelagem Matemática.

Em algumas áreas de estudo e de produção de conhecimentos, ideias contraditórias levam a diferentes caminhos e posturas. Em modelagem matemática, porém, o diferente é necessário e é mais: fundamental na avaliação crítica de resultados, na escolha de instrumental matemático, nas orientações de futuras ações na sociedade e na natureza. Arriscando-me a uma expressão teórica, tomo a liberdade de afirmar que, na modelagem, o diálogo como o diferente é sinérgico, isto é, leva a resultados melhores para indivíduos em sua compreensão do mundo, em comunidades em

seu empoderamento, na natureza em sua preservação, e em sociedade na mudança de sua história.

Creio ser esta lista um dos muitos ótimos resultados desta obra: este texto reafirma nossa desmedida ambição: a de mudar a nossa história, fazendo-o com a leitura do mundo, a construção dialógica do saber, a crítica desse saber e sua utilização a serviço da sociedade. Sim, uma ambição utópica, a única a valer a pena.

Considero este texto como uma obra de relevância maior e mais: não se constitui num término de trabalhos, mas na indicação de muitos pontos-de-partida para novas ações pedagógicas para uma aprendizagem significativa. Continuarei a me sentir honrado de ter podido escrever este prefácio, sobretudo na companhia de autores marcantes no desenvolvimento de ações, reflexões, sugestões que tornam o aprender transdisciplinar, como consta no penúltimo capítulo, uma “alavanca para mover o mundo”.

Tenham uma boa leitura – e sintam-se desafiadas e desafiados a trilhar estes caminhos... Não é fácil, mas como vale a pena!

João Frederico da Costa Azevedo Meyer



CAPÍTULO 1

A DIMENSÃO CRÍTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL: REVISÃO DE LITERATURA E APLICAÇÃO PRÁTICA

Neuma Teixeira dos Santos¹

Janaina Batista dos Prazeres²

Roberta Modesto Braga³

Adilson Oliveira do Espírito Santo⁴

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.1

1 Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas. Universidade Federal do Pará (UFPA). Membro do Grupo de Modelagem Matemática. Docente da Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA) – Campus de Capanema, Capanema, Pará, Brasil. E-mail: neuma.santos@ufra.edu.br.

2 Mestranda em Educação em Ciências e Matemáticas. Universidade Federal do Pará (UFPA). Membro do Grupo de Modelagem Matemática. E-mail: janainab.prazeres@gmail.com.

3 Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPA). Professora da Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus Castanhal (UFPA). Coordenadora do Grupo Estudos em Modelagem Matemática no ensino GEMM/UFPA. E-mail: robertabraga@ufpa.br.

4 Doutor em Engenharia Elétrica (UNICAMP). Professor titular da Universidade Federal do Pará (UFPA). Campus Universitário de Salinópolis. E-mail: adilson@ufpa.br

RESUMO

O propósito neste artigo é apresentar aspectos que emergiram no desenvolvimento do subprojeto intitulado “Modelagem Matemática e Educação Ambiental para uma Formação Crítica”, vinculado ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem Matemática - GEMM/UFPA. No primeiro momento foi realizada uma investigação na literatura, para identificar publicações que promovessem o diálogo de Modelagem Matemática imbricada à Educação Ambiental, em uma perspectiva de formação crítica dos sujeitos. Nesse sentido, em um segundo momento apresentamos discussões provenientes do minicurso ministrado no XII EPAMM. Tal minicurso fazia parte das metas iniciais do subprojeto e neste foi possível apresentar as possibilidades da inserção da Modelagem Matemática Sociocrítica integrada à Educação Ambiental Crítica em sala de aula, assim como possibilitou mostrar aos participantes os resultados da revisão de literatura. Entre os resultados, destacamos a necessidade de estudos que discutam Modelagem Matemática e Educação Ambiental na perspectiva crítica, explorando a base epistemológica.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Educação Ambiental. Formação Crítica.

1 INTRODUÇÃO

As discussões a respeito do rompimento das estruturas fragmentadoras dos saberes escolares mobilizaram novas perspectivas a respeito do ensino e aprendizagem de matemática no Brasil. Estratégias e/ou metodologias de ensino, que possibilitem o diálogo com distintas áreas do conhecimento, abrem caminho para que a complexidade da vida esteja presente no cenário educacional. Nesse sentido, a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática viabiliza a difusão de questões referentes a temáticas, não necessariamente de origem matemática, mas que estejam presentes no contexto sociocultural dos estudantes. Com isso é possível explorar os conhecimentos matemáticos, sem que haja uma estruturação fixa de procedimentos – matemáticos – a serem seguidos, dando abertura para que a problematização, a investigação e o levantamento de hipóteses sejam desenvolvidos pelos próprios estudantes. Viabilizando, assim, a oportunidade de reflexão sobre conceitos enraizados e agregação de novos saberes, com o auxílio do(a) professor(a).

O uso da Modelagem Matemática em sala de aula ou em outros espaços de ensino e aprendizagem possibilita a ação ativa dos estudantes, ao pesquisar, discutir problemas em grupo e despertar o senso crítico através da validação das informações alcançadas durante o processo de investigação. Distanciando-se, desta forma, da linearidade do ensino tradicional.

Sousa (2014) enfatiza que ao articular a referida estratégia de ensino e a Educação Ambiental, o aprendizado e a compreensão em relação aos conceitos de matemática é potencializado, abrindo assim, precedentes para que novas formas de ver e pensar sejam desenvolvidos pelos estudantes.

Em pesquisas como a dissertação de Costa (2017), em que a integração da Modelagem Matemática e a Educação Ambiental são destacadas em atividades no Ensino Fundamental, gerando um ambiente de aprendizagem transformador, é perceptível que há a compreensão crítica do mundo, ao convidar os estudantes a discussões reflexivas dos temas de aspecto ambiental. Neste sentido, através da integração busca-se o desenvolvimento de senso crítico, discutindo a problemática ambiental em sala de aula, bem como as intervenções que podem ser feitas a partir de sua abordagem.

No entanto, na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), embora a Matemática seja apresentada como uma ciência que transcende os muros das escolas e possui potencialidades para a formação cidadã crítica, ainda é perceptível a forma fragmentadora do sistema de ensino brasileiro. Como exemplo temos o distanciamento da Educação Ambiental, que é abordada no documento uma única vez, sendo classificada como “tema contemporâneo”. Cabendo assim às outras esferas educacionais determinar em quais situações será incorporada às atividades escolares. O que entendemos ser um retrocesso, pois abre precedentes para que temas inerentes à Educação Ambiental sejam vistos de maneira pontual em disciplinas específicas, inviabilizando o diálogo entre diferentes áreas do conhecimento como a matemática.

Diante deste cenário, neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa realizada em um subprojeto intitulado “Modelagem Matemática e Educação Ambiental para uma Formação Crítica”, vinculado a um projeto de pesquisa mais amplo, desenvolvido por participantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem Matemática, da Universidade Federal do Pará, cujo título é “Modelagem Matemática em Sala de Aula”.

O subprojeto em questão teve como objetivo geral pesquisar como a integração da Modelagem Matemática e da Educação Ambiental promove uma formação crítica, mediante a investigação nos trabalhos publicados na literatura, e o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática envolvendo temáticas ambientais.

Entendemos que pesquisas como esta, que discutem a perspectiva emancipatória dos estudantes, bem como a dimensão crítica da Modelagem Matemática articulada à Educação Ambiental, e possibilidades de sua utilização em contexto escolar, sejam importantes para o atual cenário político-pedagógico brasileiro.

2 PROCESSO METODOLÓGICO

A metodologia utilizada nesse artigo foi iniciada mediante uma revisão de literatura, utilizando os descritores “Modelagem Matemática e Educação Ambiental”, com utilização de aspas e também sem o uso das aspas, nas plataformas do *google* acadêmico, periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e no catálogo de teses e dissertações CAPES, para verificar o que já havia de publicações envolvendo a temática.

Na plataforma do *google* acadêmico, com o uso das aspas retornaram 32 resultados relevantes para esta pesquisa. Eliminando as aspas foram 26800 resultados com uma abordagem muito ampla, pois qualquer trabalho que apresente algumas dessas palavras foi incluído na pesquisa.

Nos periódicos CAPES com o uso das aspas foi encontrado somente 1 resultado, o artigo de Magnus, Caldeira e Duarte (2019), e sem as aspas identificou-se 103 trabalhos científicos. Enquanto no catálogo de teses e dissertações CAPES com aspas não retornou nenhum resultado e sem aspas 1.202.627 teses e dissertações. Todavia, com a retirada do conectivo “e” entre os termos reduziu para 291230. Esse índice elevado justifica-se, porque o algoritmo realiza a busca por palavras.

Nesta pesquisa encontrou-se dois trabalhos que definiram a direção dessa investigação, que foram o artigo de Costa, Pontarolo e Teixeira (2017) e a dissertação de mestrado de Costa (2017), em que a abordagem e foco eram semelhantes ao subprojeto de pesquisa que estávamos desenvolvendo. Portanto, o filtro realizado nestes dois trabalhos direcionou o caminho da investigação, porque o recorte temporal realizado nestas publicações contemplou o primeiro objetivo do subprojeto referente ao mapeamento da literatura.

Durante as pesquisas sem uso das aspas encontramos a tese de doutorado de Caldeira (1998) intitulada de “Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças”, não contemplada no recorte temporal, porém notamos uma abordagem focada em Modelagem Matemática e temáticas ambientais. No entanto, neste trabalho não houve uma abordagem explícita da teoria de Modelagem ou de Educação Ambiental porque na época em que foi escrito ainda não havia um levantamento e

discussão mais ampla sobre procedimentos e perspectivas de Modelagem. Contudo, achamos importante adotar em nossa revisão para utilizar durante a atividade no minicurso, em virtude do nível de detalhamento das atividades realizadas.

Após a revisão e estudo da literatura preparamos um minicurso com a temática do subprojeto, para ser apresentado no VII Encontro Paraense de Modelagem Matemática (EPAMM¹), realizado no município de Salinópolis/PA, em outubro de 2018. O minicurso teve duração de 4 horas, as quais foram distribuídas em dois momentos. Primeiramente mobilizamos os aspectos teóricos, apresentando conceitos de Modelagem Matemática Sociocrítica e Educação Ambiental Crítica, além de alguns trabalhos encontrados na pesquisa bibliográfica, com o objetivo de mostrar como a teoria se fez presente na prática nos trabalhos selecionados².

Ao contemplar a temática do evento, em que se abordava a teoria e prática de Modelagem Matemática, no segundo momento utilizamos dados de consumo de água do município de Salinópolis, disponíveis no Relatório da FAPESPA³, para dialogar sobre o processo e as possibilidades de se trabalhar Modelagem Matemática Sociocrítica em sala de aula, a partir de temáticas ambientais e sua relevância, para uma formação reflexiva e crítica da realidade local. Possibilitando, desta maneira, ampliar o diálogo a nível global.

3 ANÁLISE DOS RESULTADOS ENCONTRADOS NA LITERATURA

O foco inicial que pensamos para a pesquisa foi o mapeamento da literatura acerca do tema. No entanto, ao encontrar o artigo publicado por Costa, Pontarolo e Teixeira (2017) sobre um levantamento bibliográfico no período de 2006 a 2016, referente à temática abordada nesta investigação percebemos que esse fato coaduna com Alves-Mazzotti (2012), que afirma que o processo de revisão de literatura é facilitado quando já existem revisões atuais publicadas a respeito do tema pesquisado.

Costa, Pontarolo e Teixeira (2017) em seu mapeamento analisaram 18 trabalhos e através de mapas conceituais categorizam os trabalhos em três focos, que tratam da Modelagem Matemática e práticas de Educação Ambiental, conforme figura 1.

1 É um evento bianual promovido pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática (GEMM). O encontro busca fomentar e aprofundar o diálogo a respeito da Modelagem Matemática em contexto educacional na região. Nesse sentido, em 2018 a realização do evento teve como temática Modelagem Matemática: teoria e prática em sala de aula.

2 Essa seleção ocorreu seguindo alguns critérios, tal como: a prática de modelagem matemática em sala de aula. Utilizamos este critério em decorrência da temática do evento em que realizamos o minicurso, bem como seu público-alvo.

3 Fundação Amazônia de Amparo a Estudos e Pesquisas.

Figura 1 - Produções brasileiras de Modelagem Matemática e Educação Ambiental.

Foco Temático	Publicações
Modelagem Matemática e a reflexão sobre problemas ambientais	Rocha e Bisognin (2009), Gerólamo e Vertuan (2009), Faustino, Bertasso e Silva (2009), Penereiro e Ferreira (2012), Portella, Neto e Manfio (2012), Pagung (2016).
Modelagem Matemática e a conscientização sobre problemas ambientais	Ferreira e Wodewotzki (2007), Santos e Bisognin (2007), Leite, Ferreira e Scrich (2009), Oliveira et al., (2015), Chaves (2013), Lima (2014), Santos e Melo (2016).
Modelagem Matemática e suas influências para possíveis mudanças de atitudes	Chaves e Espírito Santo (2008), Caldeira e Soares (2008), Penereiro, Ferreira e Leite (2010), Caldeira (2013).

Fonte: (COSTA; PONTAROLO; TEIXEIRA, 2017).

Neste parágrafo sintetizaremos o mapeamento realizado por Costa, Pontarolo e Teixeira (2017). Os trabalhos categorizados no foco I (Modelagem Matemática e a reflexão sobre problemas ambientais) e II (Modelagem Matemática e a conscientização sobre problemas ambientais) têm em comum a utilização dos termos reflexão e conscientização. Porém no foco I a Modelagem é vista como uma possibilidade para refletir sobre questões ambientais na disciplina de Matemática, enquanto que no foco II os autores observaram que as práticas com Modelagem permitiram que o estudante conhecesse melhor a realidade ambiental de forma a se sentir instigado a agir. No foco III (Modelagem Matemática e suas influências para possíveis mudanças de atitudes), a Modelagem influenciou mudança de atitudes nos estudantes, permitindo que compreendessem a importância da preservação do meio ambiente.

Os autores concluem que todos os trabalhos, ao relacionar a criticidade buscam referência na Educação Matemática Crítica e na Modelagem Matemática Sociocrítica, ou seja, não abordaram as raízes da Educação Ambiental Crítica e ao destacar mudança de atitudes direcionaram-se mais à Educação Ambiental Conservadora. Todavia, acreditam que trabalhar com Modelagem na perspectiva da Educação Matemática Crítica pode favorecer os trabalhos de Educação Ambiental Crítica, porque estas se alinham e indicam estudos mais aprofundados e também estimulam a difusão de práticas críticas de Educação Ambiental.

Ainda outro trabalho que mudou a direção desse subprojeto de pesquisa durante o seu desenvolvimento foi a dissertação de Costa (2017) – mesma autora do artigo anterior –, que tratou da Educação Ambiental com Modelagem no Ensino Fundamental com os alunos do 9º ano. Em sua dissertação a autora tratou com profundidade de uma lacuna de pesquisa que havia nessa temática, que era da base teórica da Educação Ambiental e da Modelagem Matemática. Diferenciou a Educação Ambiental Conservadora e a Crítica, apresentou um breve histórico da Educação Ambiental e tratou de aspectos teóricos e metodológicos da Modelagem Matemática.

As atividades realizadas em sua dissertação exploraram temáticas, tais como: modelando a destruição da floresta amazônica, produção de resíduos sólidos no Brasil, consumo residencial de água, entre outros. Os dados foram coletados utilizando questionários semiestruturados, registros em diário de campo e entrevistas de grupo focal, analisados pelo método da análise de conteúdo de Bardin. Os dados da pesquisa da dissertação foram detalhados e publicados em formato de artigo em: (COSTA; PONTAROLO, 2017a), (COSTA; PONTAROLO, 2017b), (COSTA; PONTAROLO, 2019a) e (COSTA; PONTAROLO, 2019b).

Uma questão importante a ser discutida trata-se da proposta contida no subprojeto que envolve o termo que está em destaque: “Modelagem Matemática e Educação Ambiental **para uma Formação Crítica**”. Durante as pesquisas encontramos o artigo de Magnus, Caldeira e Duarte (2019), que trouxe luz a essa questão, pois no trabalho é apresentada uma revisão de literatura (do período de 1976 a 2017) em teses, dissertações e anais da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, acerca da afirmação “é importante formar sujeitos críticos e reflexivos” a partir das teorizações de Michel Foucault.

Nessa pesquisa os autores afirmam que a discussão em torno da formação crítica e reflexiva do sujeito emergiu a partir da década de 1990, estimulada pelas difíceis condições econômicas, políticas, sociais e culturais relacionadas à retomada do processo de redemocratização do país.

A ideia defendida era que para enfrentar a crise o processo educacional necessitava formar indivíduos capazes de atuar e transformar a realidade, que estava permeada pelo aumento da inflação e do petróleo, desemprego, endividamento externo, entre outros problemas.

Além disso, o avanço tecnológico e as problemáticas ambientais também tiveram participação nesse processo, que foi fortalecido com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997, pelo Ministério da Educação (MEC), que reafirmou a necessidade de preparar cidadãos capazes de contribuir com a sociedade.

O artigo de Magnus, Caldeira e Duarte (2019) requer uma leitura completa, pois traz informações históricas que explicam, não somente o que aconteceu no passado, mas geram reflexões para a atual situação do país. A leitura deste provoca um movimento intelectual, que nos faz questionar a fragmentação do conhecimento e as atuais reformas curriculares.

A Modelagem Matemática aliada à Educação Ambiental na vertente crítica promove mudanças e tem potencial para transformar a realidade. Nesta perspectiva buscamos preparar um minicurso, para disseminar informações e gerar conhecimento e reflexões em um evento de Modelagem Matemática. Próximo item.

4 RELATO DA EXPERIÊNCIA NO MINICURSO

O propósito desta seção é apresentar como a prática dos estudos mobilizados na revisão de literatura fomentou o diálogo entre os participantes e os autores deste artigo. Seguindo a temática do evento, com ênfase na prática em sala de aula, tivemos como ponto de partida a apresentação em slides sobre Modelagem Matemática e suas perspectivas, assim como a Educação Ambiental e suas vertentes.

Neste processo apresentamos o trabalho de Bueno (2011), adotado no minicurso, porque sintetiza e compara quatro maneiras de compreender a Modelagem Matemática, a partir das concepções de Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa e Dale William Bean. Ao apresentar este trabalho aos participantes a intenção foi de mostrar que existem várias possibilidades de se trabalhar modelagem, assim como há diferentes passos de modelagem adotados por cada autor.

A prática desenvolvida com os participantes teve fundamentação nos passos de Barbosa (2001) e a sua concepção de Modelagem Matemática Sociocrítica. O autor organiza em “três regiões de possibilidades” (BARBOSA, 2004, p.5), que estão de acordo com as limitações e possibilidades oferecidas pelo ambiente escolar.

No primeiro caso a abordagem é semelhante à resolução de problemas. Cabe ao professor apresentar a situação-problema e aos estudantes buscar a solução. No segundo caso, novamente a situação-problema é apresentada pelo professor, no entanto a coleta de dados, bem como a resolução são desenvolvidas pelos estudantes. Já no terceiro caso, a partir de temas não matemáticos, os estudantes formulam a situação-problema, coletam os dados e realizam a resolução. Em todos os casos o professor é coparticipante, está presente em todos os processos auxiliando os estudantes na investigação, por meio do diálogo com os educandos sobre os processos envolvidos (BARBOSA, 2001).

Essa abordagem definida por Barbosa é bastante utilizada por professores que estão iniciando a utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino, isto ocorre porque estas regiões de possibilidades viabilizam ao professor aumentar o nível de complexidade de suas atividades.

Por conta do tempo destinado à atividade optamos em desenvolver a experiência seguindo a primeira região de possibilidades apontada por Barbosa (2001). Assim, a temática da atividade foi delimitada previamente pelos pesquisadores, buscando contemplar o tema de aspecto ambiental e com relevância para a região, bem como o público alvo do evento.

Desta maneira, pesquisas foram feitas e percebemos que um tema emergente na região era o abastecimento de água, visto que no período o sistema de abastecimento de água vinha passando por adaptações, que levaria água tratada para grande parte da população, que até então era dependente de poços artesianos ou dos vizinhos que tinham poços – visto que nem todos têm – e de uma fonte de água natural, localizada no centro da cidade, que para muitos fica distante de suas residências. É importante destacar que a cidade de Salinópolis, cercada de praias, é turística e sofre com problemas de abastecimento, principalmente no período do veraneio amazônico, em que sua população praticamente duplica.

Diante da problemática utilizamos um material extraído do relatório da FAPESPA sobre o abastecimento de água no município. Na Figura 1 consta uma fração dos dados contida na tabela que apresentamos aos participantes, e a partir dela fomos dialogando sobre as possibilidades de Modelagem Matemática em sala de aula.

Os dados são do período de 2000 a 2015, estão separados por classes (residencial, comercial, industrial e público) e trazem informações quantitativas sobre o número de consumidores em cada classe e o consumo em m^3 .

Figura 1- Dados que foram trabalhados durante o minicurso.



3.10 ABASTECIMENTO DE ÁGUA

3.10.1 Consumidores e Consumo de Água por Classe 2000-2015 (continua)

Ano/Classe	Consumidores	Consumo (m³)
2000		
Residencial	7.504	1.317.479
Comercial	236	17.273
Industrial	100	14.901
2001		
Residencial	7.703	1.308.601
Comercial	190	39.240
Industrial	89	44.179
2002		
Residencial	8.128	1.310.315
Comercial	194	21.359
Industrial	88	12.946
Público	144	27.801
2003		
Residencial	8.300	1.262.018
Comercial	200	18.460
Industrial	86	9.378
Público	145	20.931
2005⁽¹⁾		
Residencial	5.541	112.535
Comercial	73	1.112
Industrial	32	672
Público	108	2.023
2006		
Residencial	6.497	1.394.656
Comercial	295	42.769
Industrial	33	6.163
Público	156	39.712
2007		
Residencial	6.368	1.523.843
Comercial	260	46.010
Industrial	30	6.630
Público	151	42.721

Fonte: <http://www.fapespa.pa.gov.br/upload/Arquivo/anexo/1202.pdf?id=1564697588>. Acesso em: 22/10/2018.

No primeiro momento apresentamos aos participantes informações sobre o problema de abastecimento de água. No decorrer do diálogo alguns relatos sobre a importância social do tema foram enfatizados, ideias de como implementar a prática da atividade também em sala de aula da Educação Básica foram sugeridas, visto que os participantes eram estudantes de licenciaturas ou professores, que se mostraram bastante interessados na possibilidade de abordar a temática ambiental junto à Modelagem Matemática.

Dialogamos a partir das atividades realizadas na tese de Caldeira (1998), que tratou de temas como a construção de uma área de lazer, construção de uma quadra poliesportiva, canalização de um córrego e congestionamento do trânsito, e a dissertação de Costa (2017), para que os participantes visualizassem detalhadamente o processo de Modelagem que estes autores aplicaram e se inspirassem para a problemática que estávamos tratando.

Durante o diálogo foram surgindo discussões acerca das possibilidades de abordar conteúdos em sala de aula, tais como questões sobre funções, unidades de medida, leitura e interpretação de gráficos, além do uso da tecnologia, como o software Excel, para trabalhar a ideia de funções e gerar os gráficos, assim como fazer previsões e estimativas. Foi observado que houve uma variação durante os anos nos valores de consumo e no número de consumidores, discutindo-se sobre possíveis situações que teriam causado essas variações e então, destacamos a importância da pesquisa de campo para associar os dados com os acontecimentos políticos, econômicos, sociais e culturais. A atividade foi conduzida mediante as etapas de modelagem de Barbosa (2001). Destaca-se que as etapas apenas norteiam a atividade e não tínhamos o intuito de limitar os movimentos possíveis durante a exploração dos dados.

A problemática da pesquisa surgiu a partir do seguinte questionamento do grupo: qual o consumo de água da população no município e qual a capacidade de fornecimento de água do aquífero? Nesse ponto os participantes chegaram à conclusão de que precisariam de palestras de especialistas da área de hidrologia e da própria fornecedora de água encanada, para entender como ocorre o planejamento para o fornecimento de água para a população, e levantar em campo os dados necessários para gerar os modelos que respondessem à pergunta de pesquisa.

Questionamos se era fácil fazer Modelagem e um dos participantes respondeu que para quem quer ficar em uma zona de conforto é difícil, mas que é possível. Continuando, questionamos onde entraria a Educação Ambiental e vários responderam, um complementando a fala do outro, e em resumo disseram que criar uma cultura de conscientização sobre o impacto da falta de água, porque é um tema que afeta a vida de todos.

É importante ressaltar que trabalhar essa temática é um desafio. Contudo, através dos resultados alcançados por Caldeira e Soares (2008), que utilizaram Modelagem Matemática na compreensão de fenômenos ambientais com professores dos Anos Iniciais do litoral do Paraná, e também Caldeira (2004), que acompanhou uma professora do Ensino Médio em suas práticas de sala de aula após o trabalho de Modelagem Matemática e suas relações com a Educação Ambiental, é possível concluir que em todas as vezes que buscamos mudar nossas práticas, abrem-se oportunidades de construirmos uma visão crítica. Assim como também o aprendizado das questões ambientais e do saber matemático ganham significado.

5 CONSIDERAÇÕES

O desenvolvimento desse subprojeto mostrou-nos que o processo de pesquisa tem uma dinâmica própria, isto porque após o início do projeto começaram a surgir publicações na literatura envolvendo a mesma temática proposta. No entanto, os trabalhos que encontramos mostraram que a integração da Modelagem Matemática e da Educação Ambiental promovem uma formação crítica, porque tratam de questões que fazem parte do ambiente em que vivemos. Compreender esses dados empoderam o sujeito como cidadão, possibilitando que ele possa atuar e intervir com consciência na comunidade, nos processos de tomada de decisão.

Quanto à literatura, uma lacuna aponta para a necessidade de trabalhos que discutam Modelagem Matemática e Educação Ambiental na perspectiva crítica, explorando a base epistemológica, ou seja, os fundamentos filosóficos dessa concepção crítica amparada na teoria crítica, trazendo o desenvolvimento dessa concepção e os teóricos dessa vertente.

Na realização do minicurso o diálogo fluiu e foram construídas várias possibilidades de abordagem. Além disso, ao levar o estudo da literatura contribuímos para compartilhar com mais indivíduos as informações encontradas, pois comumente acontece de revisões de literatura serem realizadas apenas para publicar artigos e estas alcançarem um público específico, que é a comunidade acadêmica. Desta forma apresentamos os dados da revisão de literatura como fonte de inspiração, para que os licenciandos e os professores pudessem levar para sua prática de sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith. A “revisão da bibliografia” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis – o retorno. In: BIANCHETTI, Lucídio e MACHADO, Ana Maria Netto. (Org.). **A bússola do escrever: desafios e estratégias na orientação e escrita de teses e dissertações**. São Paulo: Cortez, 2012. p. 41-59.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, Ministério da Educação, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 17/01/2020

BUENO, Vilma Candida. **Concepções de modelagem matemática e subsídios para a educação matemática: quatro maneiras de compreendê-la no cenário brasileiro**. 2011. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

CALDEIRA, Ademir Donizete. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças**. 1998. 553f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) FE/UNICAMP Campinas – SP: – Campinas, 1998.

COSTA, Daniana de; PONTAROLO, Edilson.; TEIXEIRA, Edival S. **Modelagem Matemática e Educação Ambiental: alguns aspectos da última década**. Educere et Educare, Cascavel - PR, v. 12, n. 24, p.1-15, abr./jun. 2017.

COSTA, Daniana de. **Educação ambiental com modelagem matemática no ensino fundamental**. 2017. 210 f. Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento Regional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2017.

COSTA, Daniana; PONTAROLO, Edilson. Integrando simulações NetLogo e Modelagem Matemática para a prática da Educação Ambiental no ensino de matemática. In: VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática - CIEM, 2017, Canoas, RS: ULBRA. **Anais eletrônicos...**2017.

COSTA, Daniana; PONTAROLO, Edilson. Modelagem Matemática e simulações interativas: uma experiência com Função Afim e meio ambiente no ensino de matemática. **RENOTE. REVISTA NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO**, v. 15, p. 1-10, 2017.

COSTA, Daniana; PONTAROLO, Edilson. Práticas de ensino de matemática com vistas à educação ambiental no contexto da transversalidade. In: Cleberton Correia Santos. (Org.). **Estudos Interdisciplinares nas Ciências Exatas e da Terra e Engenharias** 3. 1ed. Ponta Grossa - PR: Atena, 2019, v. 3, p. 294-303.

COSTA, Daniana; PONTAROLO, Edilson. Aspectos da educação ambiental crítica no ensino fundamental por meio de atividades de modelagem matemática. **REVISTA BRASILEIRA DE ESTUDOS PEDAGÓGICOS RBEP-INEP**, v. 100, p. 149-168, 2019.

MAGNUS, Maria Carolina Machado; CALDEIRA, Ademir Donizeti; DUARTE, Claudia Glavam. O enunciado - é importante formar sujeitos críticos e reflexivos nas tramas discursivas da modelagem matemática: uma problematização. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, p. 23-43, 2019.



CAPÍTULO 2

TECNOLOGIAS DIGITAIS NO LABORATÓRIO EXPERIMENTAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Rhômulo Oliveira Menezes¹

Roberta Modesto Braga²

Adilson Oliveira do Espírito Santo³

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.2

¹ Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). Bolsista CNPq (2014-2016) e CAPES (2017-2019). Professor da Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC-PA). E-mail: rhominho.oliveira@hotmail.com

² Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). Professora da Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus Castanhal (CUNCAST/UFPA). Coordenadora do Grupo Estudos em Modelagem Matemática no ensino (GEMM/UFPA). E-mail: robertabraga@ufpa.br.

³ Doutor em Engenharia Elétrica (UNICAMP). Professor Titular da Universidade Federal do Pará (UFPA). Coordenador do Campus Universitário de Salinópolis (UFPA). E-mail: adilson@ufpa.br

RESUMO

Neste capítulo, evidenciamos as repercussões dos usos de tecnologias digitais no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM). Para discutir esses usos utilizamos conceitos como aprendizagem por simulação e modelos digitais de Pierre Lévy, e mixagens cognitivas e cooperativas de Assmann, e também apontamentos na literatura sobre repercussões dos usos de tecnologias digitais no/para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Dessa forma, identificamos três usos ocorridos no espaço de aprendizagem LEMM e repercussões no/para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: visualização e tomada de decisão, manipulação e entendimento global da temática investigada, conhecimento pontual oriundo da *internet*. Outra característica identificada foi o comportamento da professora mediadora e dos alunos, ao incorporarem as tecnologias digitais como parceiras no processo de investigação, configurando dessa forma uma rede semântica na abordagem das temáticas investigadas.

Palavras-chave: Espaço de Aprendizagem LEMM. Usos e Repercussões. Tecnologias Digitais, Rede Semântica.

1 INTRODUÇÃO

As tecnologias digitais afetam o modo como fazemos atividades cotidianas voltadas para o lazer, educação, trabalho, entre outras. Nesse cenário, as considerando na área de Educação Matemática, entendemos seus usos em atividades de Modelagem Matemática como potencializadores de ambientes simuladores, em que professores e alunos podem discutir conteúdos matemáticos aplicados a situações da realidade, ou com referência na mesma, repercutindo no desenvolvimento do seu processo (MENEZES, 2016; MENEZES, BRAGA e ESPIRITO SANTO, 2017, 2018). A palavra “repercussão” é entendida no sentido de ‘influência’, na medida em que usos de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática podem influenciar nas decisões dos sujeitos (professor e alunos), repercutindo no desenvolvimento dos momentos que constituem seu processo.

O interesse por esse estudo se deu das experiências vivenciadas pelos autores, o primeiro autor como participante de atividades no LEMM, e a segunda autora como a professora criadora do LEMM e mediadora das atividades. Nosso objetivo foi evidenciar repercussões dos usos de tecnologias digitais no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, no espaço de aprendizagem LEMM. E assim, organizamos o capítulo da forma a seguir delineada.

Na primeira seção abordamos questões teóricas sobre tecnologias digitais fundamentadas nos trabalhos de Lévy (1987, 1993), para discutirmos aprendizagem por simulação, modelos digitais e conhecimentos oriundos da *internet*, e Assman (2000), para discutirmos a parceria estabelecida entre professores, alunos e tecnologias digitais. Já na segunda seção, contextualizamos usos de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática, a partir de trabalhos da literatura nacional (MENEZES, BRAGA, ESPIRITO SANTO, 2020, no prelo).

Na terceira seção, apresentamos aspectos metodológicos da pesquisa realizada, como: tipo da pesquisa, instrumentos de coleta e análise de dados. Dedicamos também parte da seção para explicitar características do espaço de aprendizagem LEMM, e dos sujeitos que desenvolveram as atividades de Modelagem Matemática, bem como um resumo dessas atividades que permitiram a seleção e análise dos recortes discutidos neste capítulo.

Nas duas últimas seções, quarta e quinta, trazemos recortes das atividades de Modelagem Matemática evidenciando usos das tecnologias digitais e as respectivas repercussões no desenvolvimento do processo de investigação das temáticas, que nos permitiu traçar considerações sobre as tecnologias digitais, seus usos e repercussões para o desenvolvimento das atividades, o comportamento da professora mediadora e dos alunos, o espaço de aprendizagem LEMM.

2 TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO

Com o avanço tecnológico sobre diferentes áreas da humanidade, o ser humano passou a ter uma nova relação com a experiência. Por exemplo, ele pode mergulhar e observar corais e peixes, ou então apreciar exposições de diferentes museus pelo mundo sem precisar sair de casa, de forma controlada e previsível, pois não estará fisicamente nesses lugares. O que se destaca nesses exemplos são representações desses ambientes recortados de um determinado tempo e espaço. Dessa forma não são experiências verdadeiras, e sim simulações digitais, que não incidem sobre fenômenos, mas sim sobre os modelos digitais derivados deles (LÉVY, 1987). O modelo ao qual o autor se refere é derivado de simulações e relaciona-se com representações ou aproximações de um determinado fenômeno real. Dessa forma o modelo digital comporta-se de maneira dinâmica.

Um modelo digital não é lido ou interpretado como um texto clássico, ele geralmente é explorado de forma interativa. Contrariamente à maioria das descrições funcionais sobre o papel ou aos modelos reduzidos analógicos, o modelo informático é essencialmente plástico, dinâmico, dotado de uma certa autonomia de ação e reação. (LÉVY, 1987, p. 74)

Ao falar dos modelos digitais, Lévy (1987) abre espaço para discutir sobre o que antecedeu esse modelo, ou seja, o processo que o gerou. A relação de experiência que o homem passou a ter interagindo em experiências simuladas produz ao final uma síntese dessa interação. Esta síntese trata-se dos modelos digitais, enquanto que essa interação refere-se ao conhecimento apreendido, esse tipo de apreensão de conhecimentos é cunhado pelo autor como aprendizagem por experiência.

Posteriormente Lévy (1993) retoma esse conhecimento, apreendido na interação do aluno com as interfaces simuladoras, o rebatizando como “conhecimento por simulação”. O autor reconhece os benefícios – ganho de tempo, diminuição de gastos entre outros – que o desenvolvimento das tecnologias digitais e, consequentemente, dos programas simuladores, trouxeram para as atividades humanas. No entanto, seu destaque está no benefício cognitivo que essa ascensão tecnológica ensejou, já que de acordo com este pensamento:

A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. Ele adquire um *conhecimento por simulação* do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral. (LÉVY, 1993, p. 75)

Lévy (1993), ao apresentar essa nova vertente de entendimento do que o processo de simulação pode garantir ao aprendizado do aluno, atribui a esses programas uma responsabilidade que ultrapassa o termo facilitador. Assim apontando conexões relevantes de serem consideradas para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. O aluno, ao interagir com ambientes fruto de simulações, tem a oportunidade de fazer previsões, estabelecer trajetórias e reconhecer caminhos infrutíferos que não os levariam a alcançar seus objetivos dentro da atividade.

Essas potencialidades cognitivas no uso das tecnologias digitais, também são apontadas no entendimento de Assmann (2000):

As novas tecnologias ampliam o potencial cognitivo do ser humano (seu cérebro/mente) e possibilitam mixagens cognitivas complexas e cooperativas. Uma quantidade imensa de insumos informativos está à disposição nas redes (entre as quais ainda sobressai a Internet). Um grande número de agentes cognitivos humanos pode interligar-se em um mesmo processo de construção de conhecimentos. E os próprios sistemas interagentes artificiais se transformaram em máquinas cooperativas, com as quais podemos estabelecer parcerias na pesquisa e no aviamento de experiências de aprendizagem. (ASSMANN, 2000, p. 09)

Nessa perspectiva as tecnologias digitais deixam de ser apenas amplificadoras de atividades sensoriais humanas e passam a funcionar de forma cooperativa, auxiliando o ser humano em atividades cognitivas. Além disso, permite que seres individuais afetados por suas subjetividades e auxiliados pelas tecnologias digitais

interliguem-se, para a construção mútua de conhecimento, ensejando novas configurações e experiências na aprendizagem, caracterizando, assim o que o Assmann (2000) denominou de “mixagens cognitivas e cooperativas”.

A disseminação da informática em práticas do cotidiano também provocou alterações na forma como se acessa o conhecimento. Antes, no ambiente escolar, o professor e o livro didático eram as principais fontes de conhecimento, restando ao aluno aguardar passivamente a transmissão de informações. Com a popularização dos computadores pessoais, os alunos encontraram na internet outra forma de acesso ao conhecimento.

Como assim outra forma? Lévy (1993) classificou a figura do tempo associada à informática como segmentos e pontos, pois as informações acessadas na internet são encontradas na rede, geralmente divididas em pequenos módulos padronizados. Ou seja, diferente da informação encontrada em um livro (forma linear) em que as informações são postas de maneira contínua, a *online* permite que o usuário selecione especificamente a informação que deseja acessar (MENEZES e BRAGA, 2018).

No exposto por Lévy (1993) e Assmann (2000) evidencia-se, com o avanço das tecnologias digitais, que cada vez mais elas deixam de ser técnicas de suporte secundárias e passam a auxiliar o ser humano no acesso e na construção de conhecimento. Assumindo, desta maneira, o papel de parceira e requerendo um espaço no processo de ensino e aprendizagem, alterando formas de acessar conhecimento, de ensinar e de aprender, refletindo nas relações e nos papéis do professor, do aluno, e do conhecimento no contexto da sala de aula.

3 TECNOLOGIAS DIGITAIS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Em atividades de Modelagem Matemática os usos de tecnologias digitais acontecem naturalmente. Essa naturalização segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) se dá mediante a quantidade expressiva de programas que permitem que os alunos experimentem, alterem, simulem dados em ambientes virtuais. Além disso, outra característica ressaltada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) sobre esse uso centra-se na contribuição das redes sociais e fóruns de bate-papo, viabilizando a troca de informações, experiências, o debate, ou seja, promovendo uma rede colaborativa em torno da investigação de uma temática.

Menezes, Espírito Santo & Braga (2017) destacam indícios de que tecnologias digitais figuram em atividades de Modelagem Matemática como um dos elementos da tríade professor-aluno-tecnologias digitais, em torno da investigação de uma

temática, assumindo o papel de colaborador no processo de ensino e aprendizagem. Esses indícios são configurados pelos autores, segundo usos e repercussões no processo de Modelagem Matemática. Os alunos ao plotarem gráficos em uma planilha eletrônica podem inferir visualmente, se aquele caminho tomado por eles no processo de Modelagem Matemática é viável ou não. A manipulação de modelos digitais derivados de dados coletados na investigação da temática, e o conhecimento pontual acessado de forma *online*, caracterizam um conhecimento específico da temática investigada.

Esses usos e repercussões podem ser identificados em outros trabalhos nos quais as atividades de Modelagem Matemática foram descritas, e os usos de tecnologias digitais foram analisados. Em Javaroni (2007), Beltrão (2009) e Freitas (2013) encontramos indicações que ressaltam o uso de tecnologias digitais em uma abordagem visual, na medida em que a visualização de informações em gráficos auxiliaram os alunos a conjecturarem/avaliarem/validarem ações dentro das atividades. Sendo mais contundente essa menção em Freitas (2013), pois ele ressaltou a importância dos alunos perceberem visualmente características das variáveis que os auxiliaram na tomada de decisão, dentro do processo de Modelagem Matemática.

Beltrão (2009), DallaVecchia (2012), Borssoi (2013) e Freitas (2013) mencionaram como a manipulação dos dados ajudou os grupos de alunos a identificarem e entenderem as variáveis abordadas, segundo características da temática investigada, trazendo significado para o conhecimento aprendido e para os processos de simplificação do modelo matemático. Essa abordagem das tecnologias digitais permitiu que os alunos entendessem os conceitos matemáticos e conceitos externos à Matemática, segundo os significados assumidos para o estudo das singularidades pertencentes a cada temática.

Identificamos em Javaroni (2007), Malheiros (2008), DallaVecchia (2012), Borssoi (2013), Pereira (2015) e Bustamante (2016), que os usos das tecnologias digitais propiciaram uma rede colaborativa entre alunos, professores e elas mesmas, no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Essa ideia de colaboração é mais evidenciada nas pesquisas em que atividades de Modelagem Matemática aconteceram na modalidade à distância, como no caso de Malheiros (2008), Pereira (2015) e Bustamante (2016).

Outras situações envolvendo o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática foram apontadas em Javaroni (2007) e Furtado (2014) como as dificuldades que os grupos de alunos encontraram no manuseio das tecnologias digitais, configurando no processo de Modelagem Mate-

mática limitações/obstáculos que precisaram ser superadas(os). A ideia de limitações/obstáculos apresentadas por esses autores é justificada pela não familiaridade dos alunos com as tecnologias digitais usadas no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. Essa falta de familiaridade também é destacada em Borssoi (2013), quando do uso do software *Tracker* para videoanálise, no entanto, a autora entendeu que essa limitação foi positiva, pois se tornou uma forma de os alunos aprenderem a manusear um programa que não conheciam.

Em Malheiros (2008) a questão da familiaridade também é evidenciada quando a autora fala que o grupo de alunos-professores, diante do ambiente virtual TIDIA-Ae, preferiu fazer uso de outros ambientes para se comunicar, ferramentas que já lhes eram familiares como o MSN e o E-mail. As escolhas entre tecnologias que eram próximas dos alunos em detrimento de tecnologias mais recentes, como no caso das tecnologias digitais, também foram percebidas em Javaroni (2007), ao destacar as ferramentas usadas pelos alunos, que ora oscilavam entre o uso de tecnologias digitais, ora entre comprovações feitas com o uso de papel e lápis.

A descrição e análise dos usos de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática nos trabalhos de Javaroni (2007), Malheiros (2008), Beltrão (2009), DallaVecchia (2012), Borssoi (2013), Freitas (2013), Furtado (2014), Pereira (2015), Bustamante (2016), e Menezes, Espírito Santo & Braga (2017) apontam uma evolução nos usos das tecnologias digitais, que com o passar do tempo deixaram de ser encaradas como mais uma ferramenta disponível para modelar. Passando, então, a serem vistas como parceiras e indispensáveis no contexto atual de Modelagem Matemática. Nas próximas seções ilustramos usos de tecnologias digitais e repercussões no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, no espaço de aprendizagem LEMM.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

De acordo com o entendimento de Martins e Bicudo (2005) de que a pesquisa qualitativa busca uma compressão particular, específica, peculiar, individual daquilo que se estuda, almeja sempre a compreensão e não a explicação dos fenômenos estudados. Desta maneira, entendemos a pesquisa relatada neste capítulo como sendo do tipo qualitativa, já que para evidenciar repercussões dos usos de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática precisamos interpretar e compreender relatórios e apresentações, em *PowerPoint* produzidas por graduandos do curso de Matemática, após o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática no espaço de aprendizagem LEMM. Nesse contexto, os dados foram cole-

tados, já que foram produzidos pelos graduandos, e organizados segundo recortes nos quais identificamos usos de tecnologias digitais,

O Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM) surgiu de um projeto de pesquisa intitulado “Modelagem e Aplicações de Cálculo Diferencial e Integral”. Este projeto previu no seu bojo esta criação como um ambiente em que os alunos do curso de Matemática pudessem fazer Modelagem Matemática, e a partir desse primeiro projeto, a expansão para quaisquer conteúdos matemáticos que venham a surgir no escopo das pesquisas em Modelagem Matemática realizadas pelos alunos participantes.

A composição física do LEMM conta com instrumentos que permitem abordar, não só questões restritas à Matemática, como também questões relacionadas às outras áreas do conhecimento. Dentre esses instrumentos, destacamos a unidade mestra de Física Geral, de Química e de Matemática.

A Unidade Mestra para Física Geral é composta por equipamentos como Plano Inclinado com elevação, dinamômetros, dilatômetro linear, gerador eletrostático de correia, painel de associações de resistores, galvanômetros, ohmímetro, calorímetro, mesa de força, dispositivo gerador de ondas estacionárias, painel manométrico, painel hidrostático, balanço magnético, conjunto de Moller, entre outros.

A Unidade Mestra de Química é composta por instrumentos que possibilitam o estudo de propriedades gerais e específicas da matéria, misturas, soluções, processos de separação das misturas, reações químicas, funções químicas, termoquímica, entre outros.

A Unidade Mestra de Matemática é composta por instrumentos que possibilitam o estudo de erros e medidas, trigonometria, áreas, volumes, superfícies de revolução, sólidos de revolução, seções etc. Além das unidades mestras, outros itens, como conjuntos de termodinâmica, conjunto de sólidos geométricos, de materiais de desenho geométrico. Além das unidades, equipamentos de medição como decibelímetro, multímetro, paquímetro, dois computadores, quadro interativo, projetor entre outros, também compõe o LEMM e que favorecem a coleta experimental de dados que podem ser investigados via Modelagem Matemática.

A princípio as atividades a serem desenvolvidas no LEMM podem envolver vinte alunos do curso de Licenciatura em Matemática, podendo explorar nessas atividades disciplinas como os Cálculos, os Fundamentos da Matemática Elementar,

Estatística, A Metodologia do Ensino da Matemática, entre outras, a depender dos temas possíveis de investigação.

No LEMM a experimentação caracteriza-se como uma ação intrínseca à Modelagem Matemática (BRAGA, 2015, p. 22). É nessa configuração que o espaço de aprendizagem está presente na pesquisa. Isto, de vez que os alunos envolvidos no processo terão a oportunidade de escolher temáticas de investigação variadas, podendo realizar a coleta de dados por meio de pesquisas bibliográficas, por experimentos programados, ou ainda em pesquisa de campo.

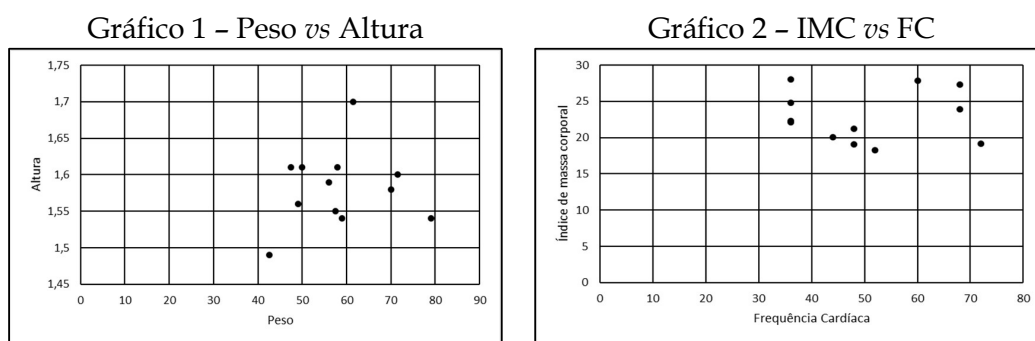
5 TECNOLOGIAS DIGITAIS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESPAÇO DE APRENDIZAGEM LEMM

As atividades de Modelagem Matemática discutidas nesta seção foram desenvolvidas no espaço de aprendizagem LEMM. Para este trabalho destacamos as atividades que envolveram as temáticas: resistência física homem *versus* mulher, solução de água e sal; e ponte do Rio Moju, Pará. Como nosso foco é evidenciar as repercussões dos usos de tecnologias digitais não descreveremos as atividades de Modelagem Matemática por completo, focando em recortes nos quais foram usadas tecnologias digitais¹.

5.1 Visualização dos dados influenciando na tomada de decisões

Na atividade resistência física homem *versus* mulher, três graduandas coletaram dados referentes à altura, peso, frequência cardíaca e índice de massa corpórea de homens e mulheres. As graduandas inseriram os dados coletados na planilha eletrônica *Excel*, gerando gráficos de dispersão que permitiram a elas observar o comportamento dos dados. Primeiro relacionaram as variáveis peso e altura, e visualmente observaram que os dados no gráfico eram dispersos (Gráfico 1). Em seguida, ao relacionarem as variáveis frequência cardíaca e índice de massa corpórea constatarem uma dispersão similar a observada no outro par de variáveis (Gráfico 2).

¹ Para ter acesso à descrição das atividades na íntegra, consultar Menezes (2016); ou Menezes, Espírito Santo & Braga (2017, 2018, 2019).



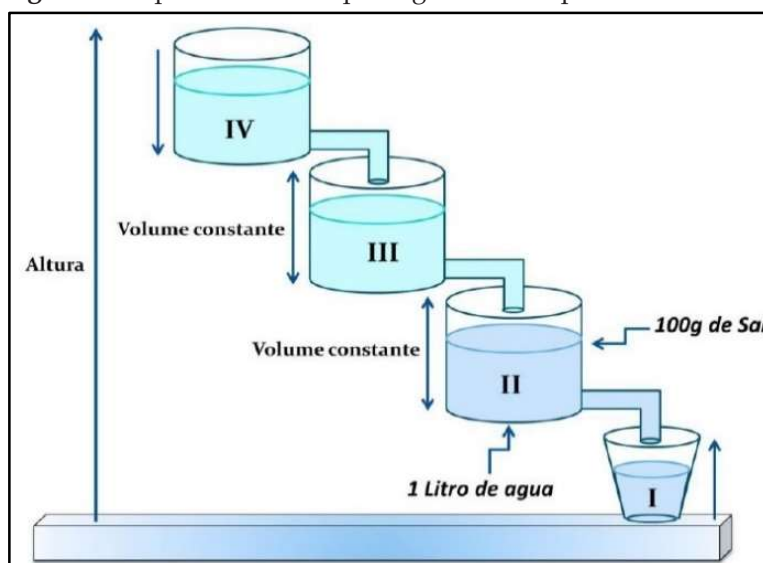
Fonte: Menezes (2016)

As graduandas tinham a intenção de ajustar linearmente os dados, no entanto ao visualizarem o comportamento dos dados nos gráficos de dispersão, entenderam que não seria possível seguir por esse caminho na atividade de Modelagem Matemática. Elas ainda chegaram a confirmar a fraca correlação existentes entre as variáveis do Gráfico 1 e do Gráfico 2, fazendo o cálculo de correlação de Pearson.

5.2 Manipulação dos modelos digitais permitindo observar e entender de forma global a temática investigada

Na atividade *solução de água e sal* quatro graduandos investigaram a variação de concentração de sal em um fluxo contínuo de entrada e saída de solução de um recipiente. Os graduandos conseguiram confeccionar um experimento em que mantinha por certo tempo um sistema de entrada de água e saída de solução de um recipiente. Permitindo assim, investigar a variação de concentração de sal no recipiente II, indicado na Figura 1.

Figura 1 - Experimento feito pelos graduandos para coletar dados



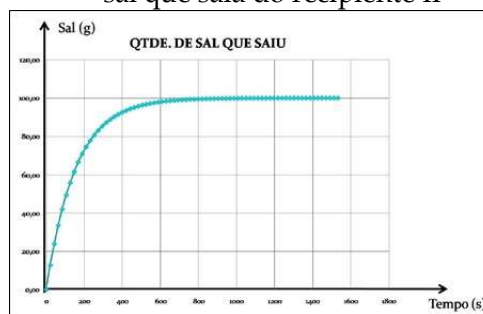
Fonte: Menezes (2016)

Os graduandos conseguiram encontrar um modelo e geraram com ele dois gráficos: um, sobre a quantidade de sal que permanecia no recipiente II (Gráfico 3), e outro sobre a quantidade de sal que saía do recipiente II (Gráfico 4).

Gráfico 3 – variação de concentração de sal que ficava no recipiente II



Gráfico 4 – variação de concentração de sal que saía do recipiente II



Fonte: Menezes (2016)

Nesse contexto os gráficos figuraram na atividade como modelos digitais, oriundos da planilha eletrônica *Excel*, que os graduandos ao manipularem puderam observar de que forma se dava a variação de concentração de sal no recipiente. A validação por meio da destilação de uma das amostras coletadas no experimento oportunizou aos graduandos comparar os resultados encontrados pelo modelo matemático, com a quantidade de sal encontrada no processo de destilação. Desta maneira, fazendo com que eles posteriormente plotassem outro gráfico sobre a concentração de sal que ficava no recipiente, só que dessa vez, indicando o erro encontrado na validação do modelo matemático, conforme destacado no Gráfico 5.

Gráfico 5 – erro do modelo



Fonte: Menezes (2016)

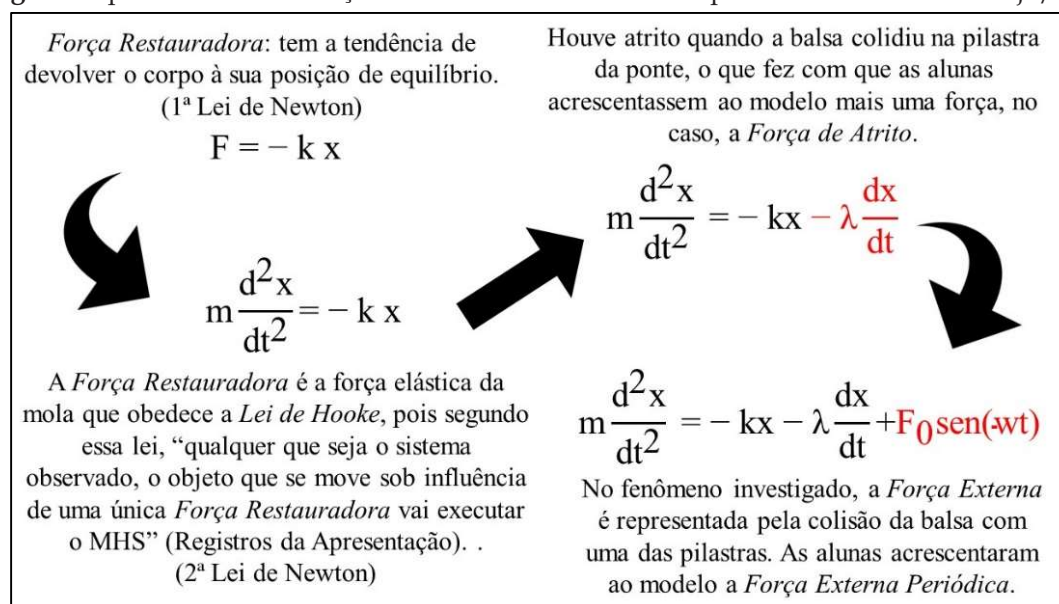
5.3 Conhecimento pontual derivado da internet sobre a temática investigada

Na atividade ponte do Rio Moju/PA três graduandas investigaram um modelo matemático para explicar a queda da ponte Rio Moju/PA, após uma balsa colidir com uma de suas pilastras em 2013. Como a temática investigada não podia ser

simulada por meio de um experimento no LEMM, as graduandas pesquisaram na *internet* acontecimentos similares que pudessem comparar.

As pesquisas feitas na *internet* indicaram o uso de conceitos da área de Física, como: força externa periódica, ressonância, movimento oscilador amortecido, amplitude, oscilação, frequência, ressonância. As graduandas apropriaram-se desses conceitos, a partir de pesquisas na *internet* para encontrar um modelo matemático que explicasse a queda da ponte, como segmentado na Figura 2.

Figura 2 - processo de construção do modelo matemático da queda da Ponte do Rio Moju/PA



Fonte: Autores

Dessa forma, as graduandas com conceitos da área de Física encontrados na *internet* conseguiram inferir uma hipótese que explicasse o que levou parte da ponte Rio Moju/PA a cair. As graduandas concluíram que a *força externa periódica* entrou em *ressonância* com o *movimento oscilador amortecido*. Fato que aumentou a *amplitude* de ambas as oscilações, ou seja, frequências iguais, tanto da ponte, quanto da balsa, e no momento da colisão fazendo com que houvesse uma ressonância, que acarretou na queda de parte da ponte.

Neste contexto as graduandas reconheceram que só conseguiram concluir a atividade graças às pesquisas na *internet*. Pois diferente das outras atividades, elas não tiveram como coletar dados para construir o modelo, sendo sua única fonte de dados as informações pesquisadas na *internet*.

Foi possível observar, organizando as etapas dos processos de investigação das três atividades, de acordo com momentos pontuados por Braga (2015), como os usos das tecnologias digitais repercutiram no processo de Modelagem Matemática,

indicando até que ponto do processo os graduandos e graduandas conseguiram chegar (Quadro 1).

Quadro 1 - Repercussões dos usos de tecnologias digitais nas três atividades de Modelagem Matemática

Atividade	Inteiração	Análise de Dados e Formulação de Modelos	Validação dos modelos matemáticos	Repercussões do uso de tecnologias digitais
Resistência Física Homem <i>versus</i> Mulher	coleta de dados por meio da aferição de peso, altura, IMC e FC, de 12 participantes voluntários	gráficos de dispersão plotados na planilha eletrônica <i>Excel</i> indicaram uma fraca correlação entre os pares de variáveis, sendo confirmada com o cálculo de correlação de Pearson (não houve modelo matemático)	não houve	As graduandas visualizaram o comportamento dos dados nos gráficos de dispersão (modelos digitais), fazendo-as não avançar no processo de Modelagem Matemática por esse caminho de investigação
Solução de Água e Sal	por meio de experimento programado, permitindo produzir dados	modelo matemático encontrado, gerando dados que foram organizados na planilha eletrônica <i>Excel</i> , resultando em gráficos indicando variação na concentração de sal	destilando uma das amostras coletadas, que resultou em um terceiro gráfico que indicava o erro entre os dados reais e os produzidos pelo modelo matemático	Observação e manipulação dos modelos digitais, permitindo inferir um terceiro modelo digital sugerindo um entendimento global do tema investigado
Ponte do Rio Moju/PA	pesquisa de conceitos físicos na <i>internet</i>	modelo matemático derivado da apropriação de conceitos da área de Física pelas graduandas	não houve	informações <i>on-line</i> disponibilizadas de forma modular, objetiva, facilitando um entendimento específico para as graduandas, viabilizando a investigação da temática

5.4 Colaboração entre professor, alunos e tecnologias digitais

No desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática no LEMM percebemos um trabalho cooperativo envolvendo os graduandos, a professora mediadora e as tecnologias digitais para a investigação das temáticas escolhidas. Na atividade solução de água e sal, os graduandos escolheram essa temática considerando a experiência anterior de um deles. Na atividade resistência física homem *versus* mulher, as graduandas no momento da coleta dos dados e, posteriormente

com os gráficos plotados, puderam verificar visualmente que as variáveis não apresentavam relação de dependência entre si. Na atividade ponte Rio Moju/PA as graduandas justificaram a escolha da temática, pela curiosidade de se pesquisar algo que era recente. Mesmo com essa comunhão de ideias sobre a escolha da temática, as negociações referentes ao andamento da pesquisa eram constantes, tanto entre elas, quanto com a professora mediadora.

Tem se configurado, partindo disso, no desenvolvimento dessas atividades, que os alunos e a professora mediadora compartilharam de seus conhecimentos individuais, que somados resultaram em um consenso coletivo, alimentado pela interatividade dos modelos digitais e por informações pontuais coletadas na *internet*, para investigarem as temáticas: resistência física homem *versus* mulher, solução de água e sal, e ponte do Rio Moju/PA.

6 CONSIDERAÇÕES

Neste capítulo objetivamos evidenciar repercussões dos usos de tecnologias digitais no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática no espaço de aprendizagem LEMM. Dessa forma identificamos os usos e repercussões relatados a seguir.

Na atividade resistência física homem *versus* mulher pontuamos como *visualizar* os dados coletados nos modelos digitais (gráficos de dispersão da planilha eletrônica Excel) influenciou na *tomada de decisão* de não seguir por aquele caminho, no processo de Modelagem Matemática. Na atividade solução de água e sal percebemos como a *manipulação* dos dados gerada pelo modelo matemático no gráfico ajudou os graduandos a entender as variáveis investigadas, e de maneira ampla entender a dinâmica do fenômeno investigado. Na atividade ponte do rio Moju-PA reconhecemos a importância das informações disponíveis na *internet* para a investigação de uma temática, que naquele momento não podia ser replicada. Nas três atividades houve compartilhamento de ideias, discussões, criação de hipóteses, que foram amplificadas e viabilizadas com o uso de tecnologias digitais.

O ambiente constituído no espaço de aprendizagem LEMM, além de disponibilizar instrumentos de coleta e análise de dados de áreas disciplinares distintas – matemática, física, química – permite também o uso de dois computadores e acesso à *internet*, impactando no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática e promovendo distintos usos de tecnologias digitais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ASSMANN, H. **A metamorfose do aprender na sociedade da informação**. Revista Ciência da Informação. V. 29. n2. Brasília mai/ago. 2000.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações - Teoria e Prática**. 2009. 320f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, São Paulo, 2009.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais**. 2013. 256f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina - UEL, Londrina, 2013.

BRAGA, R. M. **Aprendizagem em Modelagem Matemática pelas interações dos elementos de um sistema de atividade na perspectiva da teoria da atividade de Engeström**. 2015. 133f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará - UFPA, Belém, 2015.

BUSTAMANTE, Jeannette Emma Galleguillos. **Modelagem matemática na modalidade online: análise segundo a teoria da atividade**. 2016. 213f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP, Rio Claro, 2016.

DALLA VECCHIA, R. **A Modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético**. 2012. 275 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP, Rio Claro, 2012.

FREITAS, Wanderley Sebastião de. **A matematização crítica em projetos de modelagem**. 2014. 260f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, Belo Horizonte, 2014.

FURTADO, A. B. **Avaliação do uso de tecnologias digitais no apoio ao processo de Modelagem Matemática**. 2014. 182 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará - UFPA, Belém, 2014.

JAVARONI, S.L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP, Rio Claro, 2007.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Traduzido por: Costa, C. I. Tradução de: Les Technologies de l'intelligence. São Paulo: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. **A Máquina Universo: Criação, Cognição e Cultura Informática**. Traduzido por: Guimarães, M. M. Tradução de: La machine univers - Création, cognition et culture informatique. Lisboa: Instituto Piaget, 1987.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem**. 2008. 186 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Rio Claro, 2008.

MARTINS, J.; BICUDO, M. A. V. **A pesquisa qualitativa em psicologia: fundamentos e recursos básicos**. 5. ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MENEZES, R. O. **Implicações do uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, 2016.

MENEZES, R. O.; BRAGA, R. M. O papel da informática no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 7, 2018, Foz do Iguaçu/PR. **Anais ...** Foz do Iguaçu/PR, 2018.

MENEZES, R. O.; ESPÍRITO SANTO, A O. do; BRAGA, R. M. **Os usos de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática: uma revisão de literatura**. REAMEC - Revista da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, v. 8, 2020, No prelo.

MENEZES, R. O.; ESPÍRITO SANTO, A O. do; BRAGA, R. M. **Cooperação no desenvolvimento de atividades de modelagem na educação matemática**. REAMEC - Revista da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, v. 7, n. 1, 2019. p. 147-170.

MENEZES, R. O.; ESPÍRITO SANTO, A O. do; BRAGA, R. M. **Implicações surgidas no uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática**. Instrumento - Revista em Estudo e Pesquisa em Educação, v. 20, 2018, p. 287-299.

MENEZES, R. O.; ESPÍRITO SANTO, A. O. do; BRAGA, R. M. **Tecnologias Digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática**. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PEREIRA, R. S. G. **A educação à distância e a formação continuada de professores de matemática: contribuições de um contexto formativo para a base de conhecimento docente**. 2015. 191 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista - UNESP, Presidente Prudente, 2015.

RANDOLPH, J. J. A Guide to Writing the Dissertation Literature Review. **Practical Assessment Research Evaluation**. vol.14, 2009. Disponível em: Randolph, J. J. (2007a). Computer science education research at the crossroads: A methodological review of computer science education research: 2000-2005. (Doctoral dissertation, Utah State University, 2007). Retrieved March 1, 2009, from http://www.archive.org/details/randolph_dissertation

CAPÍTULO 3

AS ETAPAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DAS CRIANÇAS¹

Lilia Cristina dos Santos Diniz Alves²
Elizabeth Gomes Souza³

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.3

¹ Este artigo é uma versão resumida do texto submetido à revista Atos de Educação em Abril de 2020.

² Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). E-mail: liliadiniz1802@gmail.com

³ Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA) Professora Adjunta do Instituto de Educação Matemática e Científica – UFPA. E-mail: elizabethmathematics@gmail.com.

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar como se constitui uma atividade de modelagem, desenvolvida com crianças e na perspectiva delas, respeitando os seus modos de ser e estar no mundo. Esta pesquisa, de natureza qualitativa, é orientada teórico-metodologicamente pela concepção de criança substantiada principalmente em Walter Benjamin, Kohan e Sarmiento. Na coleta de dados recorreu-se a técnicas e instrumentos adequados à pesquisa com crianças, para abordar o tema “violência” dentro da proposta de Modelagem Matemática. Os participantes do estudo foram 16 crianças entre 5 e 8 anos de idade, do 1.º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de uma escola pública na cidade de Belém-PA. Os resultados propiciaram debates relevantes sobre o tema violência, em contextos diferentes, bem como uma reestruturação das etapas de modelagem, a partir dos interesses e dos encaminhamentos das crianças.

Palavras-Chave: Anos iniciais. Criança. Infância. Modelagem Matemática. Pesquisa com crianças.

1 PESQUISAS NA PERSPECTIVA DAS CRIANÇAS: UMA INTRODUÇÃO

Realizar pesquisas com crianças, tendo em vista suas peculiaridades é bastante desafiador. Tal ação, segundo Farias (2002), envolve os desafios que enfrentam professores e pesquisadores da Educação, interessados em compreender a infância e conhecer o que as crianças pensam a respeito da escola, do trabalho, das brincadeiras, dos seus colegas e do mundo, além da forma como interagem com ele, entre outros aspectos.

Mas onde estão os desafios? De acordo com Farias (2002) eles residem na metodologia, ao pesquisar com crianças. Faz-se necessário dar mais visibilidade a elas, para que exponham suas falas, expressões, sentimentos e gestos. Ao propiciar-lhes essas ações, revelamos nossa concepção de que as crianças são capazes de fazer, pensar, conhecer, atuar, explorar e modificar o que está ao seu redor.

Como seria, então, realizar uma pesquisa ou atividade com crianças, e não para crianças, que lhes permita participar do processo de construção das etapas da proposta? Do bojo dessas inquietações surgiram algumas questões norteadoras deste estudo: *Como dar voz e vez às crianças na constituição do processo de Modelagem? Como se configurará uma atividade de Modelagem na perspectiva das crianças?*

A esse respeito Burak (1992) argumenta também sobre a relevância da inserção da Modelagem nos anos iniciais, o que, segundo o autor, contribui para o trabalho interdisciplinar, pois favorece a interação da Matemática com as outras áreas do conhecimento, fator consideravelmente importante para os anos iniciais.

Para esta discussão, no primeiro momento trazemos um panorama das pesquisas de Modelagem Matemática nos anos iniciais, mostrando o que foi produzido no campo. Posteriormente, tratamos de alguns pressupostos teóricos da pesquisa com criança e, por fim apresentamos a atividade de Modelagem Matemática com os resultados e algumas considerações sobre a pesquisa.

2 PESQUISAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

A Modelagem Matemática é uma abordagem pedagógica de ensino de matemática já consolidada no campo de pesquisas de Educação Matemática. Ela teve inspiração no campo da matemática aplicada, que tinha como prática a tratativa matemática de temas não matemáticos, oriundos de demandas sociais, econômicas, ambientais e políticas de diversos setores da sociedade. Nestes é possível citar, como por exemplo, a elaboração de modelos matemáticos que indicassem a expansão de determinados surtos epidêmicos, a identificação do crescimento populacional, o encontro de índices de desmatamentos ambientais, entre outros.

No campo da Educação Matemática, a Modelagem Matemática foi inicialmente abordada em aulas de matemática de ensino superior, com vistas a qualificar esse ensino, agregando elementos de aplicabilidade aos conceitos e aos procedimentos matemáticos ensinados. Desde a década de 1980 muitas pesquisas e estudos de Modelagem consolidaram-se no campo da educação matemática e constituíram como um Grupo de Trabalho relevante na Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Neste texto entendemos Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, no qual os estudantes são convidados a pesquisar e investigar situações com referência no dia a dia, por meio de conceitos e procedimentos matemáticos.

Burak (1992) foi um dos pioneiros em atividades de Modelagem com crianças nos anos iniciais, que foram executadas por professores integrantes de um curso de especialização ministrado por ele. Tais atividades foram concebidas por meio de projetos realizados entre os anos de 1989 e 1991. Os temas propostos pelos professores e desenvolvidos pelas crianças que estudavam entre o 2.º e o 5.º ano, sob a orientação dos professores, foram estes: pintura da sala de aula, horta, maquete da escola, arborização, paisagismo e visitação a um bairro periférico próximo à escola.

Segundo Burak (1992), o envolvimento dos professores e dos alunos nas atividades de Modelagem foi significativo para a obtenção e a conclusão dos objetivos propostos. O levantamento de informações e resultados acerca dos temas trouxeram reflexões sobre as condições precárias do bairro visitado, sobre o meio ambiente e o papel da Matemática nas tomadas de decisões no meio social.

Luna, Souza e Lima (2012) analisaram, na prática pedagógica, a forma como são elaborados os textos dos discursos matemáticos escolares, no ambiente de Modelagem. Essa investigação ocorreu por meio de uma atividade direcionada pelo seguinte problema: “Quais os impactos para os usuários da internet, se projetos de lei que propõem que um *site* acusado de ferir os direitos autorais seja fechado forem aprovados?”. Na situação inicial, os estudantes assistiram a um vídeo sobre pirataria e, posteriormente leram excertos da reportagem de uma revista referente ao tema. Foram discutidas pelos alunos questões acerca dos *sites* que possuem pirataria na internet e o número de habitantes ou o percentual da população brasileira que os utiliza.

Em seu estudo Butcke e Tortola (2015) discutem como ocorre a formalização de conhecimentos matemáticos, em uma atividade de Modelagem Matemática, desenvolvida por alunos do 3.º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal do Oeste do Paraná. A problemática investigada está associada à otimização de embalagens proposta na atividade e surgiu em uma visita ao supermercado, durante uma aula de Empreendedorismo e Cidadania. Foram analisados os registros escritos produzidos pelos alunos e as discussões propiciadas ao longo das atividades.

Para a produção dos dados foram realizadas anotações pela professora-pesquisadora, em um diário de campo. Como resultados, por meio de análises de cunho qualitativo-interpretativo, evidenciou-se que a Modelagem Matemática funciona como uma ponte, no sentido de formalizar os conhecimentos matemáticos, que estão intrínsecos em ações e procedimentos realizados pelos alunos e em discussões mediadas pelo professor.

Luna, Souza e Santiago (2009) realizaram uma atividade de modelagem que aborda a construção de cisternas do semiárido baiano, com o objetivo de entender como os alunos dos anos iniciais analisam de forma crítica, os modelos matemáticos em discussões sociais por meio da Modelagem Matemática. Ao transcreverem os diálogos das crianças, as professoras analisaram os resultados e concluíram que introduzir a Modelagem nos anos iniciais torna possível às crianças perceberem a

presença dos modelos matemáticos, na sociedade e seus desdobramentos sociais, políticos e econômicos em diferentes âmbitos.

Em sua pesquisa Luna e Santiago (2007) sugerem a estudantes de uma 4.^a série pesquisar sobre a mudança, na telefonia fixa, do plano de pulsos para minutos. O objetivo da atividade era compreender quais as consequências dessa alteração no orçamento familiar e quais critérios poderiam ser eleitos na escolha do plano, por cada família. A coleta de dados foi executada pelos estudantes com o auxílio dos pais, através de ligações à telefonia fixa, e teve como resultado a produção de um relatório escrito com as conclusões encontradas no estudo.

Luna e Alves (2007) desenvolveram uma pesquisa utilizando o modelo matemático, que calcula o índice de massa corporal (IMC) e a porcentagem de gordura. O estudo originou-se de um caso de anorexia, vivenciado por uma jovem da cidade de Feira de Santana-BA e divulgado pela mídia local, em uma reportagem. Durante a atividade, as crianças discutiram sobre anorexia e obesidade, levantando questões relevantes sobre o sistema de saúde do corpo. A proposta foi realizada nessa mesma cidade, com 22 crianças, entre 9 e 11 anos de idade, que cursavam o 5.^o ano do Ensino Fundamental e sua professora.

Tortola (2012, p. 28) ao desenvolver a atividade de Modelagem com crianças esclareceu que “diferentes sujeitos e, por conseguinte, diferentes níveis de escolaridade podem conduzir a diferentes encaminhamentos para a atividade”. Contudo, o protagonismo das crianças e o encaminhamento das atividades foram conduzidos pela adoção das etapas de Modelagem, definidas pela literatura como modelo prévio de realização da Modelagem com estudantes.

Nesta direção, o protagonismo pode ser ampliado pelo viés teórico de *pesquisas com crianças* e gerará uma configuração própria *no* e *para* o desenvolvimento da Modelagem, neste nível de escolaridade. Para tanto, inspirados em Barbosa (2004), entendemos Modelagem como um ambiente de aprendizagens, no qual os estudantes conduzem e configuram os momentos do desenvolvimento da Modelagem, a partir de um tema da realidade, sob a orientação e supervisão do professor. A seguir, delimitamos o viés teórico e metodológico da *pesquisa com crianças*, que moldará as atividades de modelagem realizadas.

3 A PESQUISA COM CRIANÇAS: PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Segundo Rhoden (2012), durante muito tempo a presença da criança em pesquisas teve por objetivo, além de apontar a natureza e as condições em que esses

estudos eram realizados, conhecer o que as crianças faziam e como se portavam, por meio de informações cedidas por familiares ou professores, evidenciando, dessa forma, a descrença sobre a capacidade da criança de expressar-se. Não havia a oportunidade de dar voz às crianças, e prevaleciam na pesquisa a interpretação e a informação do adulto. Cruz (2013) afirma que fazer pesquisas *com* crianças é um procedimento recente e que vem crescendo cada vez mais, devido ao interesse dos pesquisadores em entender o ponto de vista das crianças.

Não é apenas uma escolha. Como Silvestri (2010, p. 4) aponta “na pesquisa havia um preparar com as crianças, um estar com elas, aprender com elas; um contexto que não se resume a uma simples escolha, mas sim, uma produção da pesquisa partilhada”. Logo, não significa simplesmente eleger fazer pesquisa com crianças, mas proporcionar a elas participar, inferir, produzir, ser e estar com a pesquisa.

Segundo Martins Filho e Prado (2011), considerar que existem diferentes infâncias é, portanto, um ponto de partida essencial para a pesquisa. É assumir a pluralidade da infância, ou seja, ter claro que existem infâncias e não infância, e que há uma singularidade nas experiências vividas por essas várias infâncias. Demartini (2011, p. 4) infere que na pesquisa com crianças, as diferentes infâncias impõem diferentes questões para a pesquisa, uma das quais é a participação delas como sujeitos ativos na pesquisa.

Sarmiento e Pinto (1997 apud MARTINS FILHO, 2011) asseveram que, quando se faz um estudo das realidades da infância a partir da própria criança, é necessário eleger um conjunto de orientações metodológicas, que possa evidenciar a voz da criança. O que tradicionalmente se faz é recolher delas apenas o que é de interesse do pesquisador, com base em um pressuposto metodológico e em práticas de ensino fixas.

Diante disso, a concepção de criança, adotada para a pesquisa é a de Walter Benjamin (1987), para quem a criança é cultura e também produz cultura, tem a capacidade de inventar e se reinventar. Ao assumir tal concepção de criança e infância, fazemos uma opção metodológica de pesquisa *com* crianças (SILVESTRI, 2010), que se caracteriza por dar-lhes e tomá-las como sujeitos ativos na condução metodológica e teórica da pesquisa.

Para discutir com crianças um tema de relevância social, por meio de uma atividade de modelagem na perspectiva delas, Silvestri (2015) sugere que em pesquisas com crianças, devem ser abandonadas práticas que promovam a cisão entre

sujeito e objeto, pesquisador e pesquisado, de modo a consubstanciar uma dimensão da pesquisa, que caminhe para uma relação sujeito-sujeito.

Adotamos, assim, uma concepção de criança, entendendo-as como protagonistas do processo de pesquisa e com capacidade de conceder informações privilegiadas sobre o seu mundo educacional, social e cultural (MARTINS FILHO, 2011). Essa compreensão permitiu que as crianças configurassem etapas próprias de modelagem e peculiares aos seus anseios, curiosidades e vontades, distanciando-se, portanto, das etapas clássicas de Modelagem presentes na literatura.

4 OS MOMENTOS DAS ATIVIDADES DE MODELAGEM PELAS CRIANÇAS

Os dados empíricos desta pesquisa foram produzidos e constituídos por 16 crianças do 1.º ano do Ensino Fundamental I da rede pública municipal. Provenientes de registros em diários de campo e da observação participante, tais dados foram transcritos e compõem a análise realizada nesta seção.

A realização da atividade consistiu em oito momentos, constituídos pela escolha e pelos encaminhamentos das crianças, caracterizando uma produção partilhada. Nessa direção, os fios das infâncias compuseram os movimentos da pesquisa e o desenvolvimento das etapas do processo de modelagem. Este texto apresenta uma versão resumida.

A perspectiva de criança, adotada nesta pesquisa – que como já mencionamos, se substancia na concepção de criança capaz, produtora de cultura e portadora de história – aliou-se à metodologia de pesquisa com crianças e, juntas trouxeram implicações para os momentos da atividade de modelagem descritos a seguir.

4.1 Momento 1: inserção e aproximação no ambiente de pesquisa

O interesse em abordar o tema da violência na atividade de modelagem surgiu a partir de um episódio ocorrido em sala de aula, durante a observação. Enquanto a professora regente saiu de sala e pediu que a primeira autora do texto ficasse com a turma, um aluno levantou-se da sua carteira, aproximou-se do colega e começou a fazer gestos. Nesse momento ficou claro que o aluno que havia levantado estava brincando de “soltar tiros”. Com um lápis nas mãos, simulava uma arma, gesticulava e fazia sons com a boca, reproduzindo uma salva de tiros contra o colega. A cena continuou, e o aluno que estava sentado reagiu da mesma forma.

Mediante este episódio, surgiu o interesse em trabalhar uma atividade de modelagem na perspectiva da criança e com as crianças, tratando o tema violência. É importante enfatizar que o tema não foi motivado por um problema, que convinha apenas ao pesquisador ou isolado do campo da pesquisa. A temática da atividade decorreu de inquietações advindas da convivência com as crianças, no período de observação durante minha inserção na sala de aula, para delinear os objetivos da atividade, a partir de situações intrínsecas às vivências das crianças e ao cenário de pesquisa.

O primeiro momento da atividade de modelagem consistiu na inserção da pesquisadora no ambiente de pesquisa. Usualmente, nas pesquisas de Modelagem, o primeiro passo é escolher e discutir um tema de interesse do aluno, do professor ou de ambos. Nesse contexto, Bassanezi (2009) e Burak (2004) sugerem que a escolha do tema seja o início do processo de Modelagem, como parte de um levantamento de possíveis situações de estudo.

Delamande (2011) destaca a aproximação e a inserção no ambiente de pesquisa, como requisito inicial da pesquisa e preconiza tais passos como uma ferramenta adequada para o ponto de partida nas pesquisas com crianças, pois favorecem o acesso ao modo como elas percebem e interagem com o mundo.

Nesse primeiro momento, a inserção e a aproximação da/na sala de aula permitiu observar algumas experiências – e participar delas – próprias das culturas da criança, no contexto de sala de aula. Uma dessas experiências é composta de muitos sentimentos, ações e significados, dos quais participamos juntos. Para Sarmiento (2017), a criança é cultura, produz cultura e traz cultura para a escola, seja a cultura do vizinho, da família, da rua onde mora. Porém, reconhecer a alteridade das infâncias é um ponto essencial durante essa inserção, pois ao adentrar no campo, percebemos as diferentes questões trazidas pelas pluralidades das infâncias para a pesquisa.

4.2 Momento 2: o convite e a identificação da temática

O segundo momento iniciou-se com um convite para as crianças assistirem a uma sessão de vídeos e imagens delas mesmas.

“Caio: Olha!! É o Mateus.

Pesq¹.: O que ele está fazendo?

Caio: Ele está se escondendo do Vítor.

Pesq.: Por que ele está se escondendo?

João: Porque ele está brincando.

Caio: Não! Ele está brigando!

¹ A partir deste momento, nas descrições, a professora pesquisadora será chamada de Pesquisadora, na forma abreviada: Pesq.

Pesq.: *Eles estão brincando ou brigando?*

Gabriel: *Eles estão brigando sim, assim, ó: Pow! Pow! Pow!"*

Ao assistirem ao vídeo, as crianças começam a identificar o episódio e se veem como protagonistas do processo. Elas estão inseridas no tema, viram-se no tema e o tema veio delas. É frequente em atividades de modelagem o professor conduzir o tema, a partir da escolha dos alunos, ou de uma vivência deles, dentro ou fora da escola. No caso de pesquisa com crianças, elas compõem o tema. Nas imagens e nas cenas sobre violência, elas próprias estavam presentes.

Burak (1998, 2004) propõe as etapas nas atividades de modelagem, que devem ser conduzidas pelos interesses dos alunos, dos grupos ou pelas necessidades do nível de ensino. A primeira etapa é a escolha do tema. A quantidade das etapas surgidas nesta pesquisa não condiz com a quantidade sugerida pela literatura, pois segundo Silvestri (2015), na pesquisa com crianças o caminho metodológico e das ações se constituem com ela e não sobre ela. Por isso não se pode adotar um ciclo fechado e impor etapas fixas prescritas, sejam elas prescritas ou não, pela literatura.

Nas pesquisas com crianças, o pesquisador programa a experiência de produzir com as crianças, como algo que não se pode determinar previamente, pois ela pode conduzir a caminhos desconhecidos, já que sua lógica não se repita e assuma uma ordem provisória.

Diferente de trazer uma tabela com os dados sobre violência infantil, o tema não foi sugerido isoladamente do contexto delas, não trouxe apenas estatísticas, que falavam de histórias que aconteceram com outras crianças. A atividade propõe estudar/investigar a criança a partir dela mesma, de suas experiências no contexto em que se inserem.

Pinto e Sarmento (1997 apud MARTINS FILHO, 2011) inferem a necessidade de estudar as realidades da infância com base na própria criança e ressaltam que nessas pesquisas o foco deve ser oportunizar e dar voz a elas, com posturas e orientações metodológicas coerentes com essas concepções, de modo a não projetar sobre a criança apenas o que demandam os interesses do pesquisador.

4.3 Momento 03: as interações sobre a temática

Após assistirmos aos vídeos e às imagens, iniciamos uma roda de conversa, em que surgiram reflexões iniciais sobre os conceitos de violência, segundo a visão das crianças perante tais questionamentos: O que é violência? Que sentimentos a violência pode provocar no indivíduo? Que atos configuram violência? Quais as consequências?

“Pesq.: Crianças, o que é violência?”

Melinda: Violência é bater no colega, dar um beliscão, é dar pontapé...

Diana: Puxar o cabelo, empurrar, dá-lhe soco também...

Pesq.: Vocês já viram isso em algum lugar?

Caio: Na televisão, no jornal...

Mateus: No filme de terror, no videogame...

Pesq.: Como acontece?

July: Eu vi no jornal que um homem que estava num carro preto matou um menino...

Antônio: Tem gente que bebe e aí bebe e chega tudo porre em casa...

Melinda: Eu e a vovó vimos no jornal um homem que bebeu muito no bar e, quando chegou em casa, bateu em todo mundo da sua casa, na família, na mãe, no pai, na avó... é por isso que a mamãe não deixa o meu pai beber”.

Dessas interações emergiram referências a diversas manifestações, como a violência doméstica, a violência nas ruas, conhecidas por meio dos noticiários, bem como a violência presente nos jogos infantis e nos desenhos televisivos. Esses discursos deixam claro que a violência está presente em muitas situações e lugares (espaços molares) em que habitam essas infâncias. Suas experiências estão intrinsecamente vinculadas aos espaços e às instituições molares, presentes em suas conversações, que, conforme Kohan (2004a) regem as potências de vida infantil na sociedade. A família, a escola e a comunidade onde moram são as primeiras instituições molares a que as crianças recorrem para conversar sobre as experiências vividas.

Esse momento de interação foi necessário, não para delimitar o tema da atividade, pois a metodologia de pesquisa adotada não antecede a pesquisa e não preestabelece seus limites. A singularidade dessas infâncias é que delineia e conduz a pesquisa. Tal singularidade é perceptível nos relatos que mostram o ponto de vista das crianças, em relação ao uso de armas e suas consequências. Burak (1992) pondera que o tema, não necessariamente precisa ter uma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, pois deve ser levado em consideração o que os alunos desejam pesquisar.

4.4 Momento 4: a pesquisa nas literaturas infantis

Em um quarto momento da atividade, fez-se um convite para os alunos, organizados em quatro grupos de quatro ou cinco pessoas, pesquisarem sobre a temática em revistas, vídeos, livros, jornais, nos jogos a que tinham acesso e em outras mídias quaisquer, iniciando efetivamente a pesquisa exploratória. A sala de aula dispunha de alguns livros de contos e fábulas infantis, gibis, revistas e livros didáticos.

No primeiro dia de investigação, iniciamos a pesquisa na sala de aula e, no segundo dia, na biblioteca da escola em grupos de quatro alunos, com o intuito de favorecer a discussão e a interação com os colegas, acerca da temática abordada. As

crianças se reuniam, pesquisavam nos livros, gibis, revistas que julgavam conter alguma cena de violência e descreviam em grupo as suas interpretações sobre as imagens selecionadas por elas, ou seja, foram eleitas fontes de pesquisa presentes, que se relacionam com a natureza da criança e fazem parte da cultura material infantil, para compor um primeiro momento de pesquisa exploratória. Burak e Kluber (2008, p. 5) assim definem que a pesquisa exploratória pode ser “bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta”.

Além disso, em Modelagem Matemática é relevante o desenvolvimento de atividades em grupos. Para Burak (1992) e Kluber (2012) formar grupo é excelente oportunidade e possibilidade de socialização, seja no campo afetivo, social ou cognitivo. Em especial, durante a pesquisa exploratória os grupos proporcionaram a socialização, pois ao consultarem os livros, os alunos mostravam uns para os outros e para a pesquisadora, e faziam inferências a respeito das imagens.

Para Benjamin (1987), Kohan (2004b) e Sarmiento (2004), a criança é alguém constituído social e historicamente. Decerto, os livros fazem parte das suas experiências que atravessam a história. Para Kohan (2004a) a infância é caracterizada por essas experiências. Corsaro (2011, p. 145) afirma que o livro, entre outros elementos, faz parte da cultura material da infância, “Por cultura material da infância quero dizer vestuário, livros, ferramentas artísticas e de alfabetização (lápiz de cor, canetas, papel, tintas etc.) e, mais especialmente brinquedos”.

4.5 Momento 05: a elaboração de perguntas

No quinto momento da atividade de modelagem, partimos para a elaboração, com as crianças, de possíveis perguntas que seriam direcionadas aos pais. Essa atividade pretendia que as crianças conversassem sobre o tema com seus pais ou familiares responsáveis, por meio de uma entrevista, e que conseguissem descrever, em sua perspectiva, as respostas e as concepções entendidas.

Perguntar e questionar são procedimentos intrínsecos às atividades de Modelagem Matemática. Barbosa (2001) pondera que a Modelagem Matemática e a Matemática são meios para questionar a realidade vivida e gerar algum nível de crítica. Luna, Souza e Santiago (2009) afirmam que tais procedimentos não objetivam diretamente resolver as atividades de forma algébrica, mas fomentar a habilidade de questionar, principalmente neste nível de ensino.

Nesta etapa as crianças foram indagadas sobre o que gostariam de perguntar para seus pais sobre a temática. Surgiram diversas perguntas, dentre outras, como por exemplo, *O que é violência? Quais as causas da violência? Quais os tipos de violência?* Após a elaboração das perguntas, o questionário foi entregue às crianças, para que pudessem utilizá-lo como roteiro na entrevista com seus pais.

4.6 Momento 06: a análise crítica

Após as entrevistas, em um sexto momento da atividade, os alunos foram questionados sobre as seguintes problemáticas: *Que ações podemos evitar para que não ocorra violência? O que podemos fazer para que as pessoas não sejam violentas conosco e com as outras? Como seria possível?*

Foi sugerido às crianças, tendo em vista essa discussão, que construíssem algo que contemplasse a temática, o que compôs o oitavo momento da atividade. Combinamos, então, de produzir uma história, a partir do que foi abordado ao longo das atividades anteriores, que depois seria apresentada ao público escolar.

Esse foi o momento de vir, intervir e revolucionar, que consiste em uma etapa da Modelagem Matemática, em que são feitas as análises críticas das soluções. O objetivo dessa etapa foi viabilizar algumas soluções para resolverem o problema. Segundo Burak e Kluber (2008, p. 5), esta etapa é “marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas”.

Conforme elucidam os autores, é nessa etapa que se reflete acerca dos resultados alcançados no processo e da forma como eles podem melhorar as decisões e as ações tomadas. Isto, de maneira a contribuir para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade de que participam.

Após esse momento, elegemos uma forma de socializar nossas soluções por meio de uma proposta de teatro. Então, debruçamo-nos sobre a tarefa de construir um roteiro, personagens, e incluir nossas soluções nessa proposta.

4.7 Momento 07: a criação de uma história

O roteiro da história constituída por nós retrata a realidade de crianças de duas escolas, em uma tudo era muito pacífico, e na outra há grande mudança nas atitudes de um dos personagens, que supera sua agressividade e torna-se um garoto amigável com todos.

Corsaro (2011, p. 151) enfatiza que as rotinas e as brincadeiras que, incorporadas no roteiro da história produzida, trazem movimento para a narrativa, fazem parte da cultura material infantil e também da cultura de pares, “como um conjunto estável de atividades ou rotinas, artefatos, valores e preocupações que as crianças produzem e compartilham em interações com outras crianças”.

Na constituição do roteiro da história há uma preocupação com alguns sentimentos e valores correlacionados nas brincadeiras e nas rotinas, no intuito de melhorar a relação de amizade entre os personagens. Corsaro (2011) enfatiza ainda que, muitas vezes as crianças, em suas interações com as outras, ampliam e transformam a cultura material e simbólica que primeiro recebem da família.

4.8 Momento 08: a confecção dos personagens e o teatro

A atividade de modelagem culminou com a elaboração da história. Os alunos foram convidados a se dividir em grupos para nos debruçarmos em uma produção compartilhada: a caracterização dos personagens. A partir da qual emergiram temas matemáticos, como medir e quantificar. A natureza e a dinâmica da atividade contribuíram para que emergissem elementos matemáticos, como os círculos, que serviram de moldes para os rostos, a quantidade de fios de lã, que seriam necessários para fazer os cabelos, a tarefa de medir o tamanho da franja e o comprimento do cabelo feminino e masculino.

Não foram utilizados instrumentos de medição padrão, mas as crianças fizeram medições com objetos não convencionais, que tinham ao seu alcance, como por exemplo, utilizaram moedas para fazer círculos nos olhos das máscaras, e mediram o comprimento dos fios dos cabelos dos personagens com as mãos e os braços. Nesse momento, foi possível perceber o potencial dos temas matemáticos, que foram surgindo na atividade. Nesses desdobramentos as crianças diziam: *“me deixa medir com a moeda para ficar certinho o olho”*, *“mede no meu braço, pois o meu é maior que o seu”*.

Após medirem os cabelos masculinos com a mão, as crianças dividiram ao meio cada maço de cabelos e cortaram. Posteriormente agruparam as quantidades de cabelo: 20 fios de lã para cada maço de cabelos, que foram colados nos rostos, escolhendo entre as cores disponíveis para ambos os sexos: preto, amarelo (loiro) e laranja (ruivo) e marrom (chocolate). As tomadas de decisões e o trabalho em grupos incorporaram características fundamentais no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Para a franja dos cabelos das meninas, por exemplo, foi necessário realizar 20 voltas de fio de lã na mão, e para medir o comprimento dos cabelos femininos utilizaram os braços. Às vezes, o comprimento resultava em uma braça ou menos, a depender do tamanho de cabelo que elegessem. Após medirem o comprimento do cabelo e da franja, dividiam as quantidades de fios ao meio e cortavam. Posteriormente faziam o penteado desejado para cada personagem. As crianças agrupavam bolas de papel A4 em sacos plásticos, forrados com papéis coloridos, para confecção do algodão doce e, para tanto, foram necessárias sete bolas de papel para cada saco, nas cores rosa e verde, que poderiam escolher para montar o saquinho de algodão, que posteriormente foi alocado em uma base com palitos de madeira.

As ações desencadeadas nesse processo de caracterização descrevem uma matemática não convencional produzida com as crianças. Os conteúdos que surgiram ao longo da constituição dessa etapa foram medidas de comprimento, números e operações envolvendo problemas de contagem, agrupamento e figuras geométricas.

Apresentamos a peça no auditório da escola para o público infantil, para os funcionários, os professores e para os pais dos alunos. A pesquisadora participou como narradora, e as crianças com os personagens que escolheram interpretar. A socialização é uma das etapas do processo de Modelagem, sugerida por Barbosa (2003). Neste caso em particular, a pesquisa de modelagem na perspectiva da criança ampliou o gênero da socialização de ideias e respostas exclusivamente matemáticas, para a comunicação da atividade como um todo, assim incluindo a comunidade escolar e não apenas os estudantes.

5 CONSIDERAÇÕES

Esta pesquisa caminha e traz contribuições para uma nova percepção, centrada nos conceitos de criança e infância, que supere a visão adultocêntrica, de forma a considerar, em atividades de modelagem, as alteridades das infâncias diante de suas complexidades e singularidades no modo de ser e estar no mundo.

Ao buscar constituir tal atividade, surgiram questões que suscitaram a necessidade de negociar, recomençar, colocar em prática o exercício de observar, dar vez e voz, ouvir, responder, perguntar, pois as crianças sempre queriam contar as histórias delas, da família e dos amigos – pertinentes à temática ou não. Neste processo surgiram etapas, temas e ideias não previstas, resultando em uma atividade de Modelagem Matemática moldada pelas intervenções práticas, teóricas e metodológicas geradas com as crianças.

Ao descortinarem suas histórias e suas relações com a temática proposta, as crianças revelaram os espaços e as infâncias que abrigavam suas experiências próprias, sua relação com o mundo, com a família, com os amigos, com a escola, com a sua cultura material em geral: brinquedos, livros didáticos, livros de literatura infantil e suas criações. Mostraram-se sujeitos de relações amplas que integram sua vida cotidiana.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado em Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem Modelagem Matemática. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, p. 47-58, 2008.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BENJAMIN, W. Obras escolhidas II. In: BENJAMIN, W. **Infância em Berlim por volta de 1900**. Tradução, apresentação e notas de José Carlos Martins Barbosa. São Paulo: Brasiliense, [1974] 1987.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BURAK, D. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com Modelagem Matemática. **Pró-Mat.**, Curitiba, PR, v.1, n.1, p. 32-41, 1998.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: [S.I.]. 1 CD-ROM.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, n. 2, p. 93-106, 2008.

BUTCKE, D. A. P.; TORTOLA, E. Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2015, São Carlos, SP. **Anais...** São Carlos: UFScar, 2015, p. 1-14.

CORSARO, W. A. **Sociologia da infância**. Tradução de Lia Gabriele Regius Reis. Porto Alegre: Artmed, 2011.

CRUZ, S. H. V. A criança fala: a escuta de crianças em pesquisas. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 39, n. 136, p. 330, 2013.

DEMARTINI, Z. de B. F. Diferentes infâncias, diferentes questões para a pesquisa. In: MARTINS FILHO, A. J.; PRADO P. D. (Orgs.). **Das pesquisas com crianças à complexidade da infância**. 1. ed. Campinas: Autores Associados, 2011. p. 11-26.

FARIAS, I. M. S. **Inovação e mudança**: implicações sobre a cultura dos professores. 2002. 260f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

KOHAN, W. O. Apontamentos filosóficos para uma (nova) política e uma (também nova) educação da infância. **Cadernos Anped**, Caxambu-MG, p.5, 2004a. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/27/diversos/te_walter_kohan.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2017.

KOHAN, W. O. A infância da educação: o conceito devir-criança. **Lugares da infância**: filosofia. Rio de Janeiro: DP&A, 2004b. p. 63.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. 396f. (Tese de Doutorado) – Centro de Ciências Físicas e Matemática, Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC, Florianópolis, 2012.

LUNA, A.V.A.; ALVES, J. **Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4.^a série a partir de um estudo sobre anorexia**. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 5., Belo Horizonte, 2007. *Anais...* Ouro Preto, MG: [S.l.], 2007. 1 CD-ROM.

LUNA, A. V. A.; SANTIAGO, A. R. C. M. Modelagem Matemática: um estudo sobre a mudança dos planos de telefonia. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, MG: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 1 CD-ROM.

LUNA, A. V. A.; SANTIAGO, A. R. C. M.; SANTOS, A. J. B. dos. Modelagem Matemática: um estudo sobre os métodos contraceptivos numa abordagem transdisciplinar. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. *Anais...* Salvador, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 1 CD-ROM.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; LIMA, L. B. de S. Textos sobre Matemática em uma prática pedagógica no ambiente de modelagem nos anos iniciais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. *Anais...* Petrópolis, RJ: SBEM. 1 CD-ROM.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 135-157, jul. 2009.

MARTINS FILHO, A. J. Jeitos de ser criança: balanço de uma década de pesquisas com crianças apresentadas na ANPED. In: MARTINS FILHO, A. J.; PRADO P. D. (Orgs.). **Das pesquisas com crianças à complexidade da infância**. Campinas: Autores Associados, 2011. p. 81-106.

MARTINS FILHO, A. J.; PRADO P. D. (Orgs.). **Das pesquisas com crianças à complexidade da infância**. Campinas: Autores Associados, 2011. 210p.

PINTO, M.; SARMENTO, M.J. (Coord.). **As crianças: contextos e identidades**. Braga: Centro de Estudos da Criança, Universidade do Minho, 1997.

RHODEN, S. A pesquisa com crianças: a criança como sujeito de pesquisa. **Seminário Nacional de Arte e Educação**, Montenegro-RS, n. 23, p. 410-417, 2012.

SARMENTO, M. J. As culturas da infância nas encruzilhadas da segunda modernidade. In: SARMENTO, M. J.; CERISARA, A. B. **Crianças e miúdos**: perspectivas sociopedagógicas da infância e educação. Porto: Asa, 2004. p. 9-34.

SARMENTO, M. J. **Encontro com o professor Manuel Sarmiento**: perspectivas interdisciplinares nos estudos da criança. Belém-PA, 2017. Palestra ministrada a professores e alunos do ICED-UFPA em 30 nov. 2017.

SILVESTRI, M. **Criança, brinquedo e professoras brinquedistas**: experiências e deslimes ontem hoje. 2010. 188f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal Fluminense-UFF, Niterói, 2010.

SILVESTRI, M. Sala de aula inventada o que se (re) cria com as crianças. In: REUNIÃO NACIONAL DA ANPED, 37., 2015, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, SC: UFSC.



CAPÍTULO 4

ETAPAS, INTERDISCIPLINARIDADE, CONHECIMENTOS PRÉVIOS E CONTEXTUALIZAÇÃO DOS TEMAS COMO ASPECTOS CONVERGENTES EM ATIVIDADES PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Antônia Edna Silva dos Santos¹

Ariwilson Gomes dos Santos²

Francisco Hermes Santos da Silva³

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.4

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática (Programa REAMEC/UFPA). Professora da Universidade do Estado do Pará (UEPA). e-mail: edna.santos@uepa.br

² Doutorando em Educação em Ciências e Matemática (Programa REAMEC/UFPA). Professor do Instituto Federal do Pará (IFPA). E-mail: ifpa.ariwilson.santos@gmail.com

³ Professor Programa Mestrado UEPA e REAMEC. E-mail: fhermes@ufpa.br.

RESUMO

Neste texto temos o objetivo de identificar características comuns em atividades de modelagem matemática, desenvolvidas por alunos do curso de graduação em Matemática. Para produção de informações utilizamos as atividades desenvolvidas pelos graduandos e para o tratamento buscamos os aspectos convergentes entre elas. Após as análises podemos destacar que as atividades de modelagem matemática podem ser organizadas de acordo com etapas sugeridas por Biembengut e Hein (2007), Burak (2010) e Bassanezi (2019). Os temas organizados sistematicamente demonstraram caráter interdisciplinar, as atividades partiram de conhecimentos prévios e dos vários contextos sociais dos estudantes.

Palavras chave: Modelagem Matemática; Conhecimentos prévios; Interdisciplinaridade.

1 INTRODUÇÃO

O currículo do Curso de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) está dividido em duas grandes formas de desenvolver os conhecimentos matemáticos, as quais, por vezes são indissociáveis: a dita Matemática “pura” (mais próxima do ofício do matemático) e a Educação Matemática – ancorada à profissão docente em Matemática. Da Educação Matemática destacam-se as seguintes disciplinas: Introdução à Educação Matemática, Avaliação da Aprendizagem, História da Matemática, Instrumentação para o ensino de matemática I e II e Prática de Ensino I e II.

Em vista da experiência da primeira autora, por ser professora do curso de Licenciatura Plena em Matemática, escolhemos aplicar o projeto do Grupo de Estudo em Modelagem Matemática (GEMM), na disciplina de Instrumentação II, no campus XIV da UEPA, localizado no município de Moju. Essa experiência baseia-se em um subprojeto do GEMM, ao qual estamos vinculados e que visa preparar estudantes do curso de matemática, para desenvolverem atividades práticas e teóricas de Modelagem Matemática.

Um ponto importante da disciplina mencionada é a realização de atividades práticas sobre as tendências da Educação Matemática, em que são sugeridas atividades teóricas e práticas sobre tais tendências. Dessa forma, o tópico que estava relacionado à Modelagem Matemática foi ministrado em duas partes, a primeira foi composta da apresentação dos aspectos teóricos sobre modelagem matemática, e na

segunda foram trabalhadas as práticas de ensino com os alunos, momentos em que os alunos desenvolveram atividades de fato.

Com o objetivo de identificar características similares em atividades de modelagem matemática, desenvolvidas por alunos do curso de graduação em matemática, organizamos o texto de forma que, primeiro houve a apresentação de algumas considerações sobre as etapas da modelagem matemática. Após, destacamos como ocorreu o experimento, seguido das atividades desenvolvidas pelos alunos e alguns aspectos convergentes entre elas. Por fim realizamos algumas considerações.

2 ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Diversos pesquisadores afirmam a Modelagem Matemática como um caminho para contribuir, auxiliar e facilitar o processo ensino aprendizagem, pois possibilita aproximação da teoria à vida cotidiana do aluno, além de motivá-lo na busca da compreensão de sua realidade social, em vista de transformar matematicamente essa realidade. No sentido de trazer a realidade para dentro da sala de aula ou simular problemas da realidade, a Modelagem Matemática apresenta-se como caminho apropriado para esta ponte. Como estratégia didática, reforça a visão de que a matemática nasce na realidade e a ela retorna.

No âmbito da Educação Matemática a Modelagem Matemática vem sendo destacada como uma tendência capaz de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas, com aprendizagens voltadas para diferentes áreas do conhecimento. Neste campo, a Modelagem Matemática ainda não tem uma definição formalizada, no entanto, existem concepções acerca desta tendência no ensino.

No entendimento de Bassanezi (2004, pág. 16), por exemplo, “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Nesse sentido, de buscar transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, alguns estudiosos nesta área do conhecimento, como o próprio Bassanezi (2019), Biembengut e Hein (2007) e Burak (2010) propõem algumas etapas que podem ser seguidas para a realização da modelagem matemática em sala de aula.

Para realização da modelagem matemática, Bassanezi (2019) considera cinco etapas, que são: 1 **Experimentação**: etapa em que se elabora uma pesquisa para a obtenção dos dados; 2 **Abstração**: em que se formulam os modelos matemáticos, por meio da seleção das variáveis, da problematização ou formulação dos problemas teóricos, para a linguagem matemática que se está trabalhando; da formula-

ção de hipótese deve-se juntar teoria com o que vai ser testado; e simplificação do problema para reduzir o número de variáveis; 3 **Resolução**: nesta etapa o modelo matemático é obtido quando se traduz a linguagem do problema na linguagem matemática que se está trabalhando; 4 **Validação**: etapa em que o modelo é aceito, ou não, de acordo com o grau de aproximação que o modelador deseja obter; 5 **Modificação**: por fim, caso o modelo encontrado não seja válido, é possível reescrevê-lo, para que fique mais próximo dos dados coletados.

Já Biembengut e Hein (2007) propõem três etapas para a obtenção da Modelagem Matemática:

1. **Interação** é onde ocorre o entrosamento com o tema que se pretende desenvolver, que pode ser feito de modo indireto (por meio de livros, jornais, revistas entre outros) e por modo direto (por intermédio da experiência em campo), isto é, o conhecimento da situação e a familiarização com o assunto;
2. **Matematização**: esta etapa é a mais complicada, pois é aqui que se faz a formulação do problema e também a sua solução. Busca-se traduzir a situação-problema para a linguagem matemática, mas para isso é indispensável utilizar a intuição, criatividade, experiência, entre outros. Para se formular o problema e buscar a sua solução, o uso de hipóteses e análises dos dados são elementos fundamentais ao desenvolvimento dessa etapa, porque é a partir delas que se escolhem as variáveis e os símbolos. Assim como igualmente se identificam constantes que estão envolvidas nesse processo, para chegar a termos matemáticos e verificar também qual ferramenta matemática se pode utilizar nesse processo;
3. **Modelo Matemático**: nessa fase é realizada a interpretação e verificação da solução do modelo. Para concluir o modelo é preciso verificar o nível em que ele se aproxima da interpretação da situação-problema estudada e, depois então, faz-se a validação, em que os dados e as respostas são conferidos, se são ou não adequados para esse modelo, dentro do tema desenvolvido.

Vale ressaltar que nos últimos trabalhos de Biembengut são apontadas outras denominações para etapas da modelagem matemática, como nos livros “Modelagem na educação matemática e na ciência (2016)” e “Modelagem nos anos iniciais do ensino fundamental (2019)”. As novas denominações são: percepção e apreensão, compreensão e explicitação, significado e expressão.

Para Biembengut (2016) **percepção** refere-se ao reconhecimento da situação a ser modelada e **apreensão** é a familiarização, ou seja, pesquisa sobre o tema, obtenção de dados e informações diversas (p.105). **Compreensão e explicitação** é a etapa em que se formula um problema e se procura elaborar um modelo que sirva para a resolução do problema em questão, como também para outras situações similares. Então a compreensão corresponde à coleta dos dados produzidos de atividades experimentais, ou por fonte de pesquisa e a explicitação corresponde à chegada a um

modelo (p.106). **Significado** é a etapa em que se faz a interpretação e avaliação do modelo que foi modelado, enquanto que **expressão** trata de verificar se o modelo é válido, se expressa a situação problema ou tema que gerou o modelo (p.109).

Apesar da ampliação na questão do fazer modelagem em sala de aula, quando aplicamos o subprojeto os autores desse texto ainda não tinham conhecimento sobre essa nova denominação, e por isso as atividades foram desenvolvidas de acordo com as etapas Biembengut e Hein (2007) citadas acima.

Burak (2010) propõe cinco etapas: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, análise crítica das soluções.

1. **A escolha do tema:** pode ser qualquer tema (social, político, econômico, esporte, lazer etc.), desde que seja do interesse dos alunos e do professor, o tema escolhido vai modelar a porção da realidade pesquisada. É importante que os alunos escolham o tema a ser modelado, pois isso pode ser mais interessante aos alunos;
2. **Pesquisa exploratória:** neste momento o aluno deve fazer uma pesquisa sobre o tema a ser modelado, podem também ser oferecidas entrevistas, palestras etc., para que o aluno conheça a fundo sobre o tema a ser modelado;
3. **Levantamento dos problemas:** nesta etapa o aluno, com o auxílio do professor, pode levantar situações problemas sobre a pesquisa exploratória que realizou anteriormente;
4. **Resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema:** ocasião em que o aluno vai buscar na sua estrutura cognitiva todas as informações e conhecimentos que podem auxiliá-lo a resolver a situação problema;
5. **Análise crítica da solução de problemas,** nessa etapa o aluno e o professor devem fazer uma análise e discutir a solução ou soluções encontradas.

Podemos perceber que os passos sugeridos por esses autores para a realização da Modelagem Matemática dentro da sala de aula são muito semelhantes. Esse caminho possibilita mais segurança aos professores que desejam trabalhar com a Modelagem Matemática em suas aulas, pois a sequência pode conduzi-los ao sucesso desejado, na realização de suas atividades.

É importante salientar que os passos colocados pelos autores citados não têm intenção de fechar as possibilidades a outras abordagens de ensino de Matemática. São propostas já utilizadas, testadas e revisadas por outros pesquisadores, em que os resultados obtidos podem ser considerados como satisfatórios, quando se busca progredir nos processos de ensino aprendizagem da Matemática.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa caracteriza-se por ter uma abordagem qualitativa, que segundo Godoy (1995, pág. 62) “[...] tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental”. Partindo então, deste pressuposto sobre a importância do pesquisador no ato da construção e análise dos dados, temos que as informações colhidas podem ser interpretadas, e assim originar uma nova busca de dados. Deste modo, as percepções do pesquisador são consideradas como parte do processo de coleta e análise dos dados.

Os instrumentos para produção de dados foram atividades registradas e desenvolvidas pelos alunos do curso de Matemática, pois segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1999), os registros escritos podem ser usados como fonte de informação. Para analisar os dados buscamos nas atividades de modelagem matemática aspectos convergentes entre elas. Os sujeitos da pesquisa foram 16 (dezesesseis) alunos do 3º ano do curso de Licenciatura Plena em Matemática, do Campus XIV localizado no município de Moju.

As atividades foram encaminhadas de acordo com as etapas sugeridas Biembengut e Hein (2007), já citadas na seção anterior. A turma foi dividida em quatro grupos, denominadas de grupo I, II, III e IV. Os temas a serem modelados foram: Atividade do grupo I “Venda nas Lojas”, Atividade do grupo II “IPTU, O valor da terra”, Atividade do grupo III “A Lenda da Maldição da Múmia” e Atividade do Grupo IV “Açaí como um meio de Sobrevivência”.

Dentre as disciplinas do curso de licenciatura em Matemática está a de Instrumentação para o Ensino da Matemática II, na qual foi realizada a pesquisa. Na ementa da disciplina consta que devemos trabalhar as tendências da educação matemática de forma teórica e prática.

O tópico modelagem matemática foi ministrado de maneira que no primeiro momento foram apresentados alguns aspectos teóricos da modelagem matemática, fazendo apontamentos desde o início (motivos), concepções (o que pensam os principais pesquisadores) e procedimentos de como fazer modelagem em sala de aula. Já no segundo momento foi realizada a aplicação da prática da modelagem matemática em sala de aula, em que os alunos tiveram a oportunidade de participarem como sujeito em atividade.

4 ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nessa seção apresentamos quatro atividades de modelagem matemática realizadas por alunos do 3º ano de matemática, para que o leitor perceba como estas foram encaminhadas.

Na primeira etapa foi solicitado aos alunos que escolhessem os temas que seriam abordados nas atividades de modelagem, pois autores como Burak (2012) e Bassanezi (2015) sugerem que a escolha do tema a ser modelado seja feita pelos próprios alunos. O quadro a seguir mostra os temas e o objetivo de cada atividade a ser modelada.

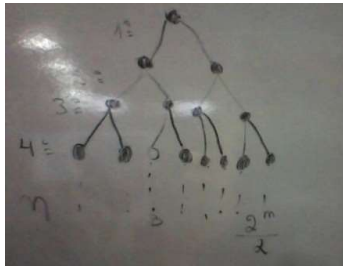
Tema/Grupo	Objetivo
Atividade do grupo I “Venda nas Lojas”	Apresentar e introduzir o conceito de função do 1º grau, a partir da construção de um modelo do tipo $f(x) = ax + b$.
Atividade do grupo II “IPTU, O valor da terra”	Entender o conceito de área e o modelo matemático para o cálculo da área de um retângulo.
Atividade do grupo III “A lenda da maldição da múmia”	Compreender a “construção” do conceito de Progressões Geométricas.
Atividade do grupo V “Açaí como um meio de sobrevivência”	Compreender o conceito de função do 1º grau.

Depois que cada grupo já tinha escolhido o tema a ser modelado, foi solicitado que pesquisassem sobre seu tema, para desenvolver a chamada interação.

Grupo	Interação
Grupo I	Para interação com o tema os membros realizaram uma pesquisa sobre o salário mínimo, sobre como surgiu o salário mínimo, a nomenclatura salário mínimo, salários das diversas profissões e depois elaboraram um texto. Após essa pesquisa fizeram vários questionamentos como: Quantos salários mínimos são ganhos por um professor? E um médico? Quanto uma vendedora de uma loja de roupa do município de Moju ganha ao final de cada mês?
Grupo II	Para conhecer o tema, fizeram uma pesquisa sobre: O que significa I.P.T.U.? Do que trata o Imposto Predial e Territorial Urbano e como é calculado o valor deste I.P.T.U.? ? Em que descobrimos que se faz o cálculo por área ao quadrado.
Grupo III	Fizemos uma pesquisa sobre “A lenda da maldição da múmia”, em que descobrimos que muitas doenças podiam ser transmitidas por fungos e bactérias, que estavam nas tumbas lacradas, como a pneumonia, hanseníase, doenças respiratórias etc.
Grupo IV	O consumo de açaí é um costume rotineiro da cultura mojuense, sendo consumido em grande quantidade diariamente, e através de sua venda muitas pessoas sobrevivem por meio dele. Sendo que na grande maioria dos vendedores de açaí, poucos sabem ou muitas vezes nem sabem se obteve lucro ou prejuízo na venda diária, isso acaba transformando-se em um problema bastante relevante.

Após essa etapa, passamos à matematização. Nessa etapa os alunos teriam que elaborar problemas e selecionar ferramentas matemáticas para resolvê-los. Então, elaboraram textos sobre os procedimentos das resoluções, fizeram a seleção das ferramentas e descreveram como chegariam à “construção” dos modelos matemáticos, de acordo com cada tema modelado, como mostra a tabela a seguir:

Grupo	Matematização
Grupo I	Nessa proposta as alunas já tinham estudado e refletido sobre o tema, assim elaboraram a seguinte situação a ser modelada: Em uma loja de roupas em Moju, o salário de seus funcionários é efetuado em duas parcelas: a primeira é o valor fixo de R\$ 700,00 por mês, que todos receberão, independentemente de ter realizado alguma venda ou não. A segunda parcela varia de acordo com o total de vendas que o (a) vendedor (a) fizer durante o mês, tendo o direito de receber 1% das vendas realizadas por ele (a). A partir dessas informações, surge o seguinte questionamento: De que forma podemos calcular o valor do salário de um (a) vendedor (a) de uma loja de roupas? As autoras sugeriram vários valores como: se a vendedora vender R\$ 20.000, qual será o salário dessa funcionária no final do mês? $S = 0,01 \times 20.000 + 700$ $S = 900,00 \text{ reais.}$ E se ela vender R\$ 25.000? $S = 0,01 \times 25.000 + 700$ $S = 950 \text{ reais.}$ Agora vamos imaginar que nos outros meses ela vendeu apenas R\$ 1.000, depois R\$3.200 e no outro R\$ 5.000. Quais serão os salários dela nesses meses? $S = 0,01 \times 1.000 + 700$ $S = 710,00 \text{ reais.}$ $S = 0,01 \times 3.200 + 700$ $S = 732,00 \text{ reais.}$ $S = 0,01 \times 5.000 + 700$ $S = 750,00 \text{ reais.}$ As autoras supõem que para calcular o salário de um (a) funcionário (a) que vendeu 20.000 reais, devem usar o seguinte modelo: $S = 0,01 \times 20.000 + 700$ Podemos dar um nome a essa variação, chamando a de “v”, fazendo referência à palavra venda. Com isto, chegamos ao seguinte modelo para o cálculo do salário da vendedora: $S = 0,01 \times v + 700.$
Grupo II	Nessa etapa fizemos a medição das dimensões da sala de aula, do caderno, do quadro de escrever, do piso da sala de aula e contamos individualmente a quantidade de metros que caberia na sala, e centímetros referentes ao caderno e quadro de escrever. Observamos que podemos chegar a um modelo, como por

	exemplo, para calcular a área da lajota: basta calcular o produto da quantidade de lajotas dispostas horizontalmente pela quantidade de lajotas dispostas verticalmente. Deve-se atribuir livremente letras, símbolos ou qualquer recurso que possa identificar cada algarismo numérico, fazendo assim a criação do modelo matemático. Usando esse mesmo modelo vamos tentar fazer para dimensões maiores, se eu quisesse saber quanto iria pagar de IPTU sabendo que minha casa tem 10 metros de frente e 30 metros de fundos. Quanto iria pagar de IPTU, sabendo que o valor é cobrado por metros quadrados?																					
Grupo III	Elaboraram a seguinte situação: “No túmulo do rei do antigo Egito, o qual foi mostrado na história, existe uma bactéria que quando em condições ideais de temperatura e nutrientes, leva aproximadamente 20 minutos para completar todo o processo de divisão, imagine se a cada vinte minutos surgissem duas novas bactérias de cada bactéria anterior. Quantas bactérias surgiriam nos 80 minutos no sarcófago do rei?” Fizemos então a montagem de uma tabela, acompanhada do diagrama de árvore que ilustrou o processo de divisão, para representar a cada momento, a divisão das bactérias e construímos a equação.  Fonte: Elaborado pelos autores Após as divisões, preenchemos o quadro demonstrativo das equações: Tabela 1 – Construção da equação <table><tr><th>Momento (a cada 20 minutos)</th><th>Bactérias</th><th>Equação</th></tr><tr><td>1º</td><td>1</td><td>$\frac{1 * 2}{2}$</td></tr><tr><td>2º</td><td>2</td><td>$\frac{2 * 2}{2}$</td></tr><tr><td>3º</td><td>4</td><td>$\frac{2 * 2 * 2}{2}$</td></tr><tr><td>4º</td><td>8</td><td>$\frac{2 * 2 * 2 * 2}{2}$</td></tr><tr><td>:</td><td>:</td><td>:</td></tr><tr><td>N</td><td>B</td><td>$\frac{2^n}{2}$</td></tr></table> Fonte: Elaborado pelos autores. Analisando a situação-problema, percebermos, a partir da construção do quadro, como cada equação foi encontrada, emergiu com isso um raciocínio dedutivo. Neste momento pudemos compreender matematicamente como os	Momento (a cada 20 minutos)	Bactérias	Equação	1º	1	$\frac{1 * 2}{2}$	2º	2	$\frac{2 * 2}{2}$	3º	4	$\frac{2 * 2 * 2}{2}$	4º	8	$\frac{2 * 2 * 2 * 2}{2}$	:	:	:	N	B	$\frac{2^n}{2}$
Momento (a cada 20 minutos)	Bactérias	Equação																				
1º	1	$\frac{1 * 2}{2}$																				
2º	2	$\frac{2 * 2}{2}$																				
3º	4	$\frac{2 * 2 * 2}{2}$																				
4º	8	$\frac{2 * 2 * 2 * 2}{2}$																				
:	:	:																				
N	B	$\frac{2^n}{2}$																				

	dados seriam representados na tabela, para então utilizarem esse raciocínio para a construção de uma segunda. Conseguirmos chegar ao primeiro modelo genérico para representar os dados da tabela. Nesse momento verificamos que se tratava apenas de uma simples potenciação e que poderia ser obtida multiplicando os valores ou apenas atribuindo uma base comum para eles. Após a montagem da primeira tabela, fizemos uma nova situação semelhante à anterior, com uma diferença: agora com três bactérias (Figura 3). E fizemos o processo semelhante ao anterior. Após obtermos o segundo modelo genérico, então percebemos a relação entre as duas equações.
Grupo IV	Situação problema: um senhor tem uma banca de açaí, sendo que ele quer obter o seu lucro diário. O seu gasto total com o açaí é de R\$ 200,00, sendo que ele vende o litro a 6 reais. Como podemos ajudar esse senhor a determinar o seu lucro diário? Ou um eventual prejuízo? Primeiro passo, extração dos dados do problema: Lucro (L) = ? (é o que pretendemos encontrar) Preço (P) = R\$ 6,00 litro Quantidade de litro vendidos (Q) = (vai variar de acordo com sua venda) Gasto (G) = R\$ 200,00 (como R\$: 200,00 vai ser o gasto fixo, então podemos determinar como ele inicia com uma dívida de 200 reais). Segundo passo, compreensão do problema: $6 * 10 - 200 = -140$ $6 * 20 - 200 = -80$ $6 * 30 - 200 = -20$ $6 * 50 - 200 = 100$ $6 * 60 - 200 = 160$ Com esses valores organizados, podemos determinar que se ele só vender, por exemplo, 10 litros, 20 litros e 30 litros, o vendedor terá prejuízos em suas vendas, porém se ele conseguir vender 50 e 60 litros obterá um lucro de respectivamente, 100 e 160 reais. Com isso chegou-se a uma forma de saber seu lucro diário, através da fórmula: $L_Q = P * Q - G$, que nada mais é do que uma função do 1º grau. Terceiro passo, conceituação de função do 1º grau: Chama-se função do 1º grau, ou função afim, a qualquer função F de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Na função $f(x) = ax + b$, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.

Na última etapa os alunos fizeram a validação dos modelos matemáticos “construídos”. Aqui os alunos compararam os modelos encontrados com os modelos da matemática já consolidados.

Grupo	Modelo matemático
Grupo I	Podemos afirmar por meio do modelo encontrado que o cálculo do salário dos funcionários dessa loja serve como solução para qualquer valor citado anteriormente. Esse Modelo na Matemática acadêmica chama-se Função do 1º Grau, dada pela lei $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais, com $a \neq 0$, o S equivale a $f(x)$, “ a ” será o percentual referente às vendas mensais, representado no modelo por 0,01, o “ v ” será o valor da comissão equivalendo a “ x ” e o valor fixo de R\$ 700,00 equivale ao “ b ” da equação.
Grupo II	Deste modo, com a resolução das atividades, podemos dizer que para calcular a área de um retângulo qualquer, basta fazer: área = a multiplicação de um lado pelo o outro.
Grupo III	Então relacionamos as duas equações e chegamos a um modelo semelhante ao de Progressões Geométricas. Percebemos que bastaria apenas multiplicar o número inicial de bactérias por $\frac{2^n}{2}$. Então, o modelo matematicamente definido da progressão geométrica. Ao relacionar as duas equações e chegar ao modelo matemático de progressões geométricas do tipo $Quan. = N^o ini * \frac{2^n}{2}$. Onde: A quantidade de bactérias seria dada por ‘Quan’; ‘ $N^o ini$ ’ será o número de bactérias que existiam no início; ‘ n ’ que vai representar o momento de divisão das bactérias a cada 20 minutos. Conhecemos esse assunto na matemática como Progressão Geométrica que é matematicamente estabelecida pela equação geral da P.A.G.G: $a_n = a_1 * q^{n-1}$.
Grupo IV	Nesse caso o modelo encontrado $L(q) = p * q - g$ representa e soluciona a indagação da situação problema mostrada no início. Haja vista que com o modelo proposto, consegue-se determinar o lucro da venda de açaí de maneira mais simples e concreta. $L(q) = p * q - g$ é a mesma coisa de $f(x) = a * x + b$. Pois L em função de q equivale a f em função de x , $p * q$ é mesma coisa de $a * x$, no fato, de que q e x são as variáveis, no caso da situação problema a quantidade de litros vendidos, e no caso dos valores fixos - g e b também tem a mesma utilidade na fórmula, pois ele pode ser tanto negativo quanto positivo.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ATIVIDADES

Nessa seção vamos apresentar aspectos convergentes nas atividades desenvolvidas por alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus XIV, do município de Moju. Nas atividades foram encontrados 4 (quatro) aspectos comuns, como se mostra a seguir:

5.1 Etapas da Modelagem Matemática

Todas as atividades foram conduzidas de acordo com as etapas sugeridas por Biembengut e Hein (2007) já apresentadas anteriormente, como também pelos autores Burak (2010) e Bassanezi (2019). Fazendo uma relação entre as etapas de Biembengut e Hein (2007) com as etapas de Burak (2010) e Bassanezi (2019), temos que

a interação de Biembengut e Hein (2007) correspondem as duas primeiras etapas de Burak e a primeira etapa de Bassanezi. A matematização corresponde a 3ª e 4ª etapas de Burak e a 2ª e 3ª etapas de Bassanezi. Modelo matemático corresponde à última etapa de Burak e a 4ª e 5ª etapas de Bassanezi. Portanto, caberia dizer que as quatro atividades poderiam ser conduzidas usando qualquer uma das sugestões.

5.2 Caráter Interdisciplinar das atividades

Todas as atividades desenvolvidas tinham características interdisciplinares, pois havia possibilidades de vivenciar assuntos de outras disciplinas, como grupo I teve a oportunidade de conhecer sobre economia, história e educação financeira, o grupo II história, o grupo III biologia, saúde, doenças, história e geografia; grupo IV educação financeira e economia. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (pág. 271) aponta importância de serem:

discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro.

Os temas abordados nas atividades de modelagem desenvolvidas possibilitaram trabalhar com alunos de graduação, vivências práticas de modelagem matemática ainda em formação. Isto, uma vez que os temas foram abordados partindo de pressupostos teóricos com apresentação de atividades já realizadas por outros pesquisadores, mas que não se limitaram a isso, passando a aspectos práticos da realidade social dos alunos.

5.3 Relevância dos conhecimentos prévios

As atividades levam em conta os conhecimentos prévios dos alunos, o grupo I partiu de conhecimentos das quatro operações, o grupo II de multiplicação, grupo III de divisão e equação, grupo IV das quatro operações. No pensamento de Ausubel (2003) esses conhecimentos prévios são chamados de subsunçores, que são conhecimentos já consolidados na estrutura cognitiva do aprendiz e que servem de ponto de partida para um novo conhecimento.

O mesmo autor (2003, pág.67) afirma que aprendizagem significativa corresponde à “interação entre a nova idéia de instrução e a idéia relevante existente na estrutura cognitiva, a qual constitui o processo de aprendizagem significativa e contém um novo e mais amplo significado sobre a mesma idéia inicial”. Contudo, para que aconteça uma aprendizagem significativa é necessário que se parta de um

conhecimento prévio, como no caso das atividades citadas acima, em que os alunos partiram de seus conhecimentos prévios.

Ausubel ajuda-nos a compreender ainda que esses conhecimentos adquiridos possam ser mais duradouros, pois os conhecimentos se entrelaçam com outros já presentes na estrutura cognitiva do indivíduo, formando uma cadeia de conhecimentos com menor chance de serem esquecidos.

5.4 Contextualização dos temas

Três temas modelados contextualizaram o cotidiano dos alunos e um contextualizou a história. Nessa lógica parece razoável “contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas” (BNCC, pág. 18).

Além disso, a BNCC aponta a importância da contextualização no ensino, os pesquisadores Silva e Espírito Santo (2009) destacam quatro maneiras de contextualizar o ensino da matemática, a saber: interdisciplinarmente, cotidianamente, historicamente e matematicamente no contexto da própria matemática. Nesse sentido, as atividades foram classificadas da seguinte forma: interdisciplinar (grupo III,) e cotidiano (grupos I, II, e IV).

6 CONSIDERAÇÕES

A proposta foi trabalhar a modelagem matemática de forma teórica e prática. A ideia surgiu do projeto do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM). Esse grupo tem por objetivo a produção e divulgação de pesquisas e geração de discussões entre estudiosos e pesquisadores interessados por essa tendência, Modelagem Matemática no ensino. Um subprojeto apresentou aos alunos da graduação em Matemática o tema modelagem matemática, e assim estimular os alunos na utilização dessa metodologia, posteriormente no ensino fundamental e médio, em suas práticas profissionais.

Apresentamos então, neste texto, um resumo das atividades de modelagem matemática e alguns aspectos comuns entre elas. Percebemos nas atividades de modelagem que podem seguir as etapas sugeridas pelos autores: de Biembengut e Hein (2007), Burak (2010) e Bassanezi (2004), os temas escolhidos demonstraram aspectos interdisciplinares, e os conteúdos que permearam os temas partiam de conhecimentos prévios. Os contextos abordados tinham sentido no cotidiano dos graduandos. Assim, podemos dizer que com aqueles alunos e com aquela abordagem,

as atividades de modelagem matemática apresentam suas características próprias, pois percebemos estes aspectos convergentes.

Podemos afirmar que nas atividades com modelagem matemática emergiu uma perspectiva metódica, sistemática e organizada de ensino da matemática, além de sugerir um caráter investigativo às aulas de matemática na graduação. Ao aproximar a matemática acadêmica da realidade social dos estudantes foi observado um viés utilitário da matemática.

A partir dessas atividades houve grande interesse e vários tipos de publicação por parte dos alunos, como pôster, relatos de experiência no encontro paraense de modelagem matemática, comunicação científica na semana acadêmica do Campus da UEPA de Moju, comunicação científica no encontro paraense de educação matemática e interesse na produção de Trabalhos de Conclusão de Curso – TCC, com temas envolvendo Modelagem Matemática.

Temos a intenção de que as atividades aqui apresentadas possam ser fonte de inspiração para praticar modelagem matemática em sala de aula, mesmo que sejam necessárias as adaptações a cada turma e a cada contexto. Esperamos como professores/pesquisadores ter contribuído com a formação dos estudantes e dos leitores, de tal modo que possam construir conhecimentos em suas práticas pedagógicas, com seus respectivos alunos de forma mais prazerosa, consciente e significativa.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Tradução Lígia Teopisto. PT-467- Rio de Janeiro, 2003.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNADER, Fernando. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. Ed. 2ª (1999, pág.169)

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática – uma nova estratégia**. 2. ed - São Paulo: Contexto, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática – uma nova estratégia**. 4.ed - São Paulo: Contexto, 2019.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na educação matemática e na ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Segunda versão. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2016. Disponível em: <<http://historiadabncc.mec.gov.br/documentos/2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 02/11/2016.

BURAK, Dionísio. **MM sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**. Revista de Modelagem na Educação Matemática, 2010, Vol. 1, No. 1, 1.

BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália M. R. de. **Modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba, PR: CRV, 2012.

GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. Revista de Administração de Empresas, Rio de Janeiro, v. 35, n. 2, pág. 57-63, mar./abr., 1995.

SILVA, Francisco Hermes Santos da; ESPIRITO SANTO, Adilson Oliveira. A contextualização: uma questão de contexto. In: SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Formação de professores: mitos do processo**. EDUFPA, Belém, 2009.



CAPÍTULO 5

FORMAÇÃO DE PROFESSORES INDÍGENAS NA AMAZÔNIA: REFLEXÕES SOBRE ETNOMODELAGEM PARA O ENSINO

Maria Adriana Leite¹
Gabriel Brabo de Vasconcelos²
Veraciv Brabo de Vasconcelos³

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.5

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UFPa). Professora da Universidade Federal do Amapá (UNIFAP). E-mail: m.adrianaleite@gmail.com

² Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor da Rede Particular de Ensino. E-mail: vasconcelos.gb@hotmail.com

³ Mestranda Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM/UEPA). Professora SEMED-BREVES-PA. E-mail: veraciv466@gmail.com

RESUMO

O objetivo deste trabalho é mostrar a importância da formação do professor indígena do estado do Amapá, que visa atender a especificidade educacional de sua comunidade. Refletir sobre a formação de professores indígenas, que atuarão como professores formadores, no ensino de ciências exatas e da natureza do curso de licenciatura indígena. Considera-se para isso, um relato de experiência a partir de uma disciplina intitulada “Etnomodelagem indígena”. Essa temática levou-nos à discussão sobre o entendimento sobre etnomodelagem, a partir da perspectiva indígena e a refletir sobre possíveis aplicações, relacionando a etnomodelagem em contexto de sala de aula indígena. Para esses e outros questionamentos adotou-se como metodologia a roda de conversa para obter com mais precisão suas opiniões e sugestões sobre o tema. Dessa forma, percebe-se o quanto os estudos ao longo da referida disciplina etnomodelagem contribuem com as diferentes relações e práticas do meio cultural indígena. Esses estudos mostraram-se importantes na conexão entre o saber cultural e o saber acadêmico, e que impõem uma cultura de partilha.

Palavras-chave: Etnomodelagem. Educação Escolar Indígena. Formação de Professores Indígenas.

1 INTRODUÇÃO

Nos documentos oficiais de educação institucionalizada, a educação escolar indígena deveria ser aplicada de forma diferenciada, bilíngue/multilíngue e específica (BRASIL, 1998), que durante um longo período em nossa história foi silenciada. Porém, nessa última década já é possível, a partir das reivindicações das organizações sociais dos povos indígenas, diminuir a invisibilidade, que carregava as diversas comunidades étnicas, pois observamos o acesso, mesmo que ainda incipiente em alguns espaços, que antes não eram ocupados por seus representantes legítimos, como na política e/ou nos ambientes de sala de aula de diversos cursos nas universidades.

A Universidade Federal do Amapá, partindo das organizações dos povos indígenas do Amapá e norte do Pará, oportuniza a possibilidade de ingresso de estudantes indígenas na educação superior, no curso de Licenciatura Intercultural Indígena (CLII), no campus Binacional do Oiapoque. O CLII, já possui doze anos de atuação na formação de professores (as) indígenas e em seu currículo busca como propósito uma formação, que visa atender a especificidade de cada etnia (PPC, 2019).

O curso configura-se em duas partes. Na primeira estão distribuídas as disciplinas voltadas ao Núcleo comum, que corresponde aos quatro semestres. Na segunda parte os alunos escolhem a área de conhecimento que pretendem se aprofundar. Há três áreas de conhecimentos que os alunos podem optar: a) ciências humanas; b) Linguagens e códigos; c) ciências exatas e da natureza, onde passarão a estudar por mais quatro semestres essas áreas específicas.

Na área de ciências exatas e da natureza tem-se por objetivo, na medida do possível, trabalhar de forma transdisciplinar¹, em que se busca correlacionar as áreas do conhecimento de ciências biológicas, o estudo de física, química e matemática. Ao final do curso o aluno ficará “habilitado” com o diploma de Licenciatura Intercultural Indígena, qualificado para atuar com turmas do ensino médio nas suas aldeias.

Neste sentido, as escolas dessas regiões tornam-se lugares onde se espera que os indígenas fortaleçam seus conhecimentos educacionais sobre o mundo, respeitando suas crenças e culturas, despertando o senso crítico e sua autonomia. Para qualquer sociedade a escola tem o dever de tornar seus alunos cidadãos conscientes, pois “ensinar, embora faça parte do processo de educar, não significa, por si só, um processo educativo” (JOHANN, 2009, p. 20). É ainda necessário que cada cultura valorize o que é seu de melhor, tornando-se assim capaz de intervir no meio em que vivem, valorizando seus conhecimentos e fortalecendo sua identidade, perante seu povo e a sociedade em geral.

O objetivo deste trabalho é refletir sobre a formação de professores indígenas, que atuarão como professores formadores, no ensino de ciências exatas e da natureza do curso de licenciatura intercultural indígena (CLII), trazendo um relato de experiência, a partir de uma disciplina ministrada no Curso, intitulada “Etnomodelagem indígena”. Enfatizando o viés da Modelagem Matemática (MM), como possibilidade para o ensino de matemática para povos indígenas.

Para iniciar esse debate o presente trabalho ocorreu com uma turma de graduação em licenciatura intercultural, durante a disciplina de “etnomodelagem indígena”. Sua ementa trazia análises de acontecimentos de situações cotidianas (dos povos indígenas), a partir da modelagem matemática. Iniciaram-se as discussões sobre a temática, a partir do seguinte questionamento: O que entendemos por etnomodelagem? É possível trabalhar etnomodelagem nas aldeias em contexto de

¹ Usaremos o termo “Transdisciplinaridade” a partir do conceito trazido por Fleuri (2000) e D’Ambrósio (1997), em que conceituam a palavra considerando uma educação que compreende o conhecimento de forma plural.

sala de aula para os povos indígenas? Como? Vocês já² trabalham fazendo essas abordagens?

As aulas ocorreram durante sete dias consecutivos, nos períodos matutino e vespertino, de forma intensiva, diferente do calendário regular. A turma era formada por onze alunos³ devidamente matriculados. Adotou-se como aspecto metodológico, durante o período da disciplina, a roda de conversa com os alunos indígenas.

Na próxima seção é abordada a etnomodelagem e as atividades que proporcionam aos alunos compreender e aplicar a matemática em situações problemas, presente em seu convívio, amparados em trabalhos científicos sobre o tema. Logo após, será abordado sobre a formação dos professores indígenas, desde as primeiras concepções até as leis que garantem a formação diferenciada para professores indígenas. Em seguida são relatados os dados obtidos na pesquisa sobre a opinião dos alunos no ensino da etnomodelagem, seus entendimentos sobre o assunto, sobre como veem a etnomodelagem em seu cotidiano. Por fim, algumas considerações feitas com o intuito de contribuir com as diferentes relações da cultura indígena.

2 ETNOMODELAGEM E O ENSINO EM COMUNIDADES DA TRADIÇÃO

O processo de ensino, ao longo dos anos tem se moldado a novas perspectivas, construídas a fim de contribuir com os processos formativos educacionais, em subsídios às aprendizagens, especificamente para os professores que ensinam matemática (ciências exatas e da natureza), com atividades que proporcionem ao aluno compreender e aplicar a matemática na resolução de situações problemas cotidianas, podendo dar condições para que esse aluno consiga compreender e descrever estruturas matemáticas para melhor adequar-se a seu convívio.

Esse processo educacional, na sua maioria, sugere um conjunto de práticas e competências que os educandos dos cursos de licenciatura precisam compreender para realização de sua prática profissional futura ou aprimorar⁴ suas atividades. Biembengut (2009) afirma que nas últimas décadas o crescente interesse pela modelagem matemática na educação brasileira tem gerado reformulações curriculares, bem como novas propostas pedagógicas, pesquisas e vertentes na Educação Matemática. Como enfatiza os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997:

Desse modo, um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, impedindo o processo de sub-

² Muitos alunos do Curso já são professores nas suas aldeias mesmo sem possuir o ensino superior.

³ Esses alunos são ingressantes do ano 2018 e escolheram fazer a sua habilitação na área de ciências exatas e da natureza, os alunos são professores do ensino fundamental de 1º ao 6º ano.

⁴ Na Amazônia ainda existe educadores com apenas o ensino médio, como é o caso de alguns profissionais que atuam com o magistério.

missão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente (BRASIL, 1997, p. 25 apud COPPE; ABREU, 2020, p. 64).

Tais processos devem ser construídos partindo de reflexões coletivas sobre a sua prática e aos modelos educacionais impostos. Estas práticas devem ser organizadas, considerando que os futuros profissionais necessitam adquirir “competências” e “habilidades” para atuação docente. Isto requer o estudo de técnicas, métodos que possam ser ajustados e dialogados para se ter uma autonomia profissional que dê conta de atender às demandas presentes nos diversos grupos em que irá ser processada a educação escolar.

Com isso, a modelagem matemática e etnomodelagem no ensino, voltada às comunidades indígenas pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos, que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo em que “aprende a arte de modelar matematicamente” (BIEMBENGUT, 1999, p.18). Desta maneira possibilitando que a interação dos conhecimentos prévios desse aluno, com o conhecimento científico da matemática, sejam valorizados pelo modo sociocultural. Assim, a Modelagem Matemática é considerada uma oportunidade para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade atual.

Nesta linha de pensamento, nem matemática, nem modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre matemática no mundo social, mas que a modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica no aluno (BARBOSA, 2001). Esta proposta de ensino visa não apenas descrever um fenômeno, sobretudo compreendê-los (MEYER, 2011) e a partir daí haver a construção do conhecimento. Ela pressupõe multidisciplinaridade, e nesse sentido vai ao encontro das novas possibilidades de ensinar.

Precisamos, portanto, pensar o indivíduo como um sujeito sociocultural, que está imerso em um contexto próprio e se relacionando com outros contextos sociais, tomando decisões e praticando ações de acordo com a sua cultura. Assim, a aprendizagem não estaria necessariamente presente somente na prática, ela se torna parte essencial e integrante da prática social do contexto que se vive.

A Etnomodelagem poderia levar-nos a romper com essas dicotomias, pois valoriza todas as formas de pensamento e conhecimentos, de uma maneira ampla e integrada. Não havendo, dessa maneira, rupturas entre o saber e o fazer, entendendo que o conhecimento é o gerador do saber, que é decisivo para ação, no compor-

tamento, na prática e no fazer, e que a todo instante se avalia, redefine e reconstrói o conhecimento. (CUNHA, 2018).

Presumir a existência da modelagem matemática, e assim, de interação, de relação de troca e de dinâmica entre culturas, não é suficiente para que isso aconteça no cotidiano escolar das aldeias indígenas. Faz-se necessário investigações concretas que possam contribuir para o ensino de matemática pautado na educação intercultural e transdisciplinar.

Para os autores, o desenvolvimento de estudos sobre os procedimentos matemáticos locais surge a partir de uma reação ao etnocentrismo, considerando formas legítimas do saber a elementos como cosmologia, a crença de uma cultura particular, as práticas da tradição etc. A ressignificação de saberes apresentada por sujeitos que, em muitos casos, não é legitimada como conhecimento científico acadêmico, tem possibilitado a visibilidade daqueles e daquelas que sempre estiveram vistos socialmente excluídos dos processos educacionais hegemônicos ou de ter acesso a lugares de “destaque” na sociedade.

Esse processo de transição, pensar nas potencialidades dos métodos e atividades para o ensino de matemática parece ser o grande desafio no que se refere à atuação docente. Isto, uma vez que, por meio delas se darão modo de agir e pensar da criança, e adultos podendo desenvolver alunos ativos na construção de seu conhecimento ou comportamentos totalmente passivos, perpetuando a ideia de que o professor é o detentor do conhecimento e o passa aos alunos.

Segundo Burak (2004) a Modelagem Matemática, utilizada como metodologia de ensino e aprendizagem, promove a união da teoria com a prática. Logo, ao associar o dia-a-dia do educando com os tópicos matemáticos, pode possibilitar o envolvimento do aluno no processo educativo, fazendo com que, por meio da pesquisa ele consiga resolver problemas e torne-se um dos principais responsáveis pelo seu aprendizado.

Ao lançarmos nosso olhar para a formação de professores indígenas que irão ensinar matemática, pode ser uma possibilidade de romper com a construção histórica, marcada pela subordinação e homogeneização que passou a educação escolar indígena ao longo de nossa história. Na especificidade que se orienta o ensino da matemática na educação escolar indígena, é importante considerar o trabalho pedagógico como as práticas para vida. Sendo importante analisar novas orientações que se contrapõem ao modelo de escolarização vigente, que em muitos casos são

desconectados dos métodos próprios de aprendizagem, vivenciados pelas diferentes culturas.

Na educação escolar indígena tendo como referencial Grupoini (2006), em seus trabalhos dados pelas experiências de conviver com um grupo étnico no sudoeste da Amazônia, nos diz que não é próprio das sociedades indígenas o discurso pedagógico como o conhecemos. Segundo o autor, o “modelo de aprendizagem indígena passa pela demonstração, pela observação, pela imitação, pela tentativa e erro” (p.18). Levando-nos a pensar que o professor não deve estar como mero “transmissor” do conhecimento e o aluno a simples “espectador” no âmbito da sala de aula.

3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES INDÍGENAS NA AMAZÔNIA E MODELAGEM MATEMÁTICA

As primeiras concepções de educação escolar para os indígenas surgiram na década de 1970, com foco na formação de professores indígenas, na “percepção da importância de que a escolarização formal de alunos indígenas fosse conduzida pelos próprios índios” (MAHER, 2006. p.24).

A regulamentação da legalização e garantia da formação dos professores para atuar nessas escolas está no decreto nº 6.861, de 27 de maio de 2009, que dispõe sobre a Educação Escolar Indígena. O Art. 9º garante que a formação de professores indígenas seja desenvolvida no âmbito das instituições formadoras de professores, e seja orientada pelas diretrizes curriculares nacionais da educação escolar indígena. Deste modo respeitando seus valores, habilidades e atitudes apropriadas para a educação indígena. O parágrafo 2º prevê que a formação dos professores indígenas poderá ser feita concomitantemente à sua escolarização, bem como à sua atuação como professores (BRASIL, 2009).

Assim sendo, um cidadão indígena, natural de uma comunidade, tem direito amparado em lei a uma educação diferenciada, voltada exclusivamente para sua cultura, sua necessidade. Com a educação escolar indígena pode se tornar professor, profissional e valorizar o conhecimento de seu povo. Deve refletir sobre a sua prática para proporcionar condições de apresentar um conhecimento “novo”⁵, de ensinar os conceitos “matemáticos”, de discutir sobre diversos temas, criando e fortalecendo conceitos diferentes de suas vivências. Igualmente, deve considerar que o conhecimento cognitivo que cada um possui é relevante e significativo, ou até mesmo os que se constroem a partir daquele momento na sala de aula.

5 Entendemos aqui o conhecimento novo como a interlocução com os saberes, buscando fazer a fusão do saber que nasce no contexto da tradição e que se soma ao saber que vem sendo trabalhado nas instituições formadoras.

De acordo com Cunha e Cunha (2018) um dos principais desafios na formação de professores indígena “reside em conseguir manter as especificidades culturais de cada etnia e, ao mesmo tempo, ensinar um conjunto de saberes que é parte do patrimônio da sociedade mais abrangente” (p. 27). A Etnomatemática proporciona essa interação entre os saberes “privilegiando atitudes investigativas, reflexivas, tendo um caráter permanente e coletivo, pois as práticas educativas não devem se limitar às ações didático-pedagógicas em sala de aula” (Ibidem, 2018, p. 27).

Sua função vai além de ensinar conteúdo em sala de aula de uma comunidade indígena, além de elaborar os documentos oficiais obrigatórios para o funcionamento legal da escola na comunidade, mas também de organizar “o estabelecimento de seus objetivos educacionais, de seu calendário, de sua grade curricular, do conteúdo das disciplinas e do seu sistema de avaliação” (MAHER, 2006, p. 25). Assim como também de “garantir que seus alunos continuem exercendo amplamente sua cidadania no interior da sociedade indígena ao qual pertencem” (Ibidem, 2006, p. 26). A autora enfatiza que: “o primeiro passo para garantir a existência desse tipo de escola é que o condutor de todo o processo escolar seja, evidentemente, um professor indígena.” (p. 23), pois esse professor está mais apto à realidade de seus alunos.

Daí a importância de professores formados em seu local de origem, porque sendo conhecedores desse amplo conhecimento de sua comunidade, poderão interferir de forma positiva e ensinar o que é útil para sua existência dentro da comunidade, de conhecer além de sua língua materna, o que também é um desafio. Por isto “é importante pensar na formação que garanta o uso das diversas formas de manifestações e dos diversos elementos culturais que constitui a identidade de um grupo étnico” (CUNHA E CUNHA, 2018, p. 24).

Segundo Maher (2006) a Educação indígena não pode limitar-se ao ambiente da escola, excluindo a figura do professor, pois a mãe, o pai, o tio a comunidade de forma geral possuem suas responsabilidades no processo educacional dos filhos. “Todo mundo é professor” e todo mundo é aluno. Não há em nossa sociedade um único “detentor do saber”, autorizado por uma instituição para educar as crianças e os jovens (MAHER, 2006, p. 31).

No Brasil, percebemos as crescentes pesquisas sobre o uso da Etnomatemática na educação indígena, orientando seu uso no aprendizado, em vários níveis da educação. Inclusive na “formação de professores indígenas na educação superior, desenvolvendo a geração, organização e difusão do conhecimento, na promoção do respeito, da valorização, do fortalecimento da sua língua e de sua cultura” (MAHER, 2006, p. 35). Isto pode proporcionar métodos para que o processo de

educação aconteça de forma dinâmica, pois o professor em formação tem todo conhecimento sociocultural de seu povo, e está ampliando esse conhecimento para os meios científicos. Por exemplo, da sua formação em matemática dentro do contexto escolar. Nesta perspectiva de ensino o professor indígena compreende pontos importantes do desenvolvimento de seu povo, o que contribui para uma melhor partilha dos conteúdos, conhecimentos e saberes.

Nesse caso e na cultura dos envolvidos, Rosa e Orey (2020) orientam para que este processo tenha êxito, a matematização que pode ser utilizada com diferentes técnicas de ensino na matemática, o que para o professor indígena fortalece seu compromisso com toda a comunidade escolar. Segundo os autores, é uma técnica que ajuda na sala de aula “[...] a organizar, analisar, resolver e modelar problemas específicos localizados no contexto de suas próprias situações da vida real” (ROSA E OREY, 2020, p. 168).

Sobre o processo de matematização Rosa e Orey (2013) defendem que esta pode ser pensada como a “transformação de um fenômeno do mundo real em um problema matemático” (p.168), em que os autores indicam que tais transformações incluem competências matemáticas que desenvolva o raciocínio, as representações, bem como os vocabulários na utilização de algoritmos.

Essa associação ao relacionar os acontecimentos da vida real possibilita que os alunos possam ver a matemática dentro de sua cultura, considerando que está ocorrendo uma orientação/interação da matemática com as informações, costumes, objetos relacionados às situações que vivem diariamente em suas comunidades. De acordo com as situações práticas que vivem em seu cotidiano, podem ser transformados em situações problemas no ensino da matemática em sala de aula.

Rosa (2010) enuncia que ao trabalhar na perspectiva de utilização de ferramentas e técnicas que levem à memorização de fórmulas, por meio de uma ação educacional, com objetivos de propiciar o desenvolvimento de estratégias de acesso às diversas representações matemáticas, deve ter em foco a dimensão formativa do conhecimento. Isto porque estamos tratando de uma cultura específica, a indígena. Considerando a formação de professores de uma comunidade, respeitando a cultura de onde ele está inserido e o conhecimento que é oriundo de suas diversas manifestações culturais (conhecimento prévio, crenças e costumes).

Quanto à Etnomodelagem associada ao ensino, busca envolver uma interação com os aspectos culturais e os aspectos acadêmicos, garantindo cientificamente que a educação, em determinado “local” seja utilizada em “diversas situações da vida

cotidiana dos membros desses grupos” (ROSA E OREY, 2013, p. 65). Assim, percebemos que:

As salas de aula não podem ser isoladas de suas comunidades, porque elas fazem parte de uma prática cultural bem definida. As salas de aula formam ambientes de aprendizagem, que facilitam práticas pedagógicas, desenvolvidas usando uma abordagem de etnomodelagem (Rosa, 2010). Quando os alunos vêm à escola, eles trazem consigo valores, normas e conceitos, que adquiriram em seus ambientes culturais da comunidade local. Alguns desses conceitos são de natureza matemática (Bishop, 1994). No entanto, conceitos matemáticos do currículo escolar são apresentados de uma maneira, que pode não estar diretamente relacionada aos antecedentes culturais dos alunos (ROSA E OREY, 2013, p. 75, tradução nossa).

O que pode dar mais sentido à aprendizagem é proporcionar aos alunos a relação dos conteúdos matemáticos com o contexto sociocultural. Assim fazendo-os perceberem o significado e a importância do ensino de matemática para sua vida, e o professor também ganha por renovar sua prática pedagógica, para atender à necessidade da comunidade, fazendo a relação com o uso da matemática dentro da cultura, abrangendo assim o ensino, a aprendizagem, o aluno e seu próprio conhecimento.

A formação adequada de um profissional proporciona ampliar seus conhecimentos, levando-o a melhorar seu desempenho e a qualidade do ensino. Principalmente da avaliação que ele pode proporcionar na sala de aula, possibilitando que na aprendizagem os alunos sejam levados a raciocinar com exemplos de situações conectadas com sua cultura, de acordo com suas necessidades. Desta maneira valorizando seus conhecimentos culturais e seus interesses.

O professor necessita se reinventar através de formações e partilha de experiências para construir um ambiente em que possa ensinar aos alunos, valorizando suas identidades e cultura, sem necessariamente negar acesso a conhecimentos ditos universais. A educação escolar deve garantir a melhoria no ensino e aprendizagem dos educandos, adequando-se ao local e às necessidades de ampliação de conhecimentos de uma determinada comunidade, grupo social, etnia, como já citado.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS A PARTIR DO DIÁLOGO COM A TURMA

Fleuri (1997) discorre que a prática pedagógica de forma autoritária acaba gerando situações de conflito, prejudicando o relacionamento de professor e aluno. Na tentativa de uma construção coletiva, ao apresentar o ementário da disciplina para os alunos e pedindo sugestões de como processaríamos e conduziríamos a disciplina, já nota-se certa “timidez”, por parte dos alunos, em sugerir como seria

o andamento da disciplina. Segundo eles, não é hábito dos professores pedirem opinião, e sim apenas ensinar o que é preciso para cumprir o que está no ementário.

O professor acaba por seguir as regras e normas que são estabelecidas pela instituição, enquanto que o aluno possui um papel de acatar de forma passiva e comodamente, com pouco espaço para as discussões e questionamentos (FLEURI, 1997). Tais atitudes acabam sendo cristalizadas na educação brasileira, em que o professor passa a ser o centro no processo educacional.

Coura e Passos (2017) apresentam que o “ensinar matemática” perpassa por saber o conteúdo e instrumentalizá-lo pedagogicamente. Destacando que o perfil do professor formador de professores de matemática, geralmente se apresenta voltado a uma formação acadêmica, que compreende os conteúdos circunscritos à área de conhecimento mais específica da matemática, com “pouca interlocução com aspectos relacionados ao ensinar e ao aprender e com a formação de professores” (p.12).

Na primeira aula averiguamos com os alunos sobre a temática, questionando sobre “o que entendemos por etnomodelagem? Dentre as respostas obtivemos que *“tratava-se de uma matemática cultural”, “deve ser as contas voltas à questão das coisas que tem nas nossas terras”; “deve ser as contas baseadas em molduras, que a gente modela e ajusta para traduzir para uma forma que possamos entender; “deve ser uma matemática que a gente possa entender”; “acho que é uma mistura da etnomatemática com uma coisa mais difícil para fazer conta”.*

Indagamos, continuando o diálogo, se era possível trabalhar etnomodelagem nas aulas de matemática na escola indígena nas aldeias? E como? Vocês já trabalham fazendo essas abordagens?

Os alunos afirmam que trabalham uma matemática que não pode ser traduzida nos livros nem caracterizada, pois o que muito percebem, quando estão em cursos de formações é que a matemática que lhes é apresentada nada mais é que as atividades que eles realizam em suas vivências, sendo capturados recortes para fazer uma tradução colocando nomes, caracterizando e instrumentalizando.

Um aluno manifesta-se dando como exemplo que às vezes os professores da universidade afirmam que “um jamaxi⁶ tem matemática, mas para nós é apenas um artefato que serve para carregar mandioca, milho, feijão, caça e frutos. Após esse momento de profunda reflexão sobre essas falas, apresentando as impressões dos alunos, o que instigamos no início sobre a utilização de etnomodelagem em suas aulas deixou de ter sentido. Com isso passamos para outra estratégia em que bus-

⁶ Uma espécie de cestos para carregar produtos produzidos por eles, como mandioca, milho, arroz etc.

camos discutir se as aproximava do que os autores diziam sobre etnomodelagem, com as práticas realizadas pelos alunos/professores, tomamos como referência os estudos de Rosa e Orey (2013, 2017).

Já com 50% da disciplina ministrada e apresentações dos autores que tratavam sobre a temática, voltamos ao diálogo, em que queríamos saber sobre a etnomodelagem, permeada nesse contexto. Então retornamos à questão, a partir do conceito que vimos no artigo do Orey e Rosa (2013), apresentado em uma das aulas, que tratava sobre a investigação de saberes expressos na cultura com a inter-relação com a matemática instrumentalizada. Ao perguntamos aos alunos se eles já haviam tido contato com o termo “etnomodelagem”, se já sabiam o seu significado antes do curso, todos os alunos afirmaram que nunca haviam ouvido falar nesse termo. O que eles mais têm escutado são conceitos de etnomatemática, a partir dos estudos do autor D’Ambrósio.

Rosa e Orey (2013) defendem que a etnomodelagem, entre outras abordagens, tem por finalidade conectar aspectos culturais da matemática com os seus aspectos acadêmicos, e argumentam que a cada tentativa nessa conexão são gerados etnomodelos⁷, sendo adaptados a cada cultura. Assim, perguntamos: o que vocês podem observar em suas atividades que se aproxima desses conceitos? Destacaremos apenas algumas falas⁸.

Aluno 1: Acredito que etnomodelagem se parece muito com os jogos matemáticos que os professores trazem para dinamizar mais as aulas;

Aluno 2: pelo que nós viemos conversando sobre esse assunto eu continuo achando que é uma mistura da etnomatemática, que faz as contas com situações e problemas que têm na nossa realidade, na nossa cultura, que tem a ver com a nossa identidade;

Aluna 3: Etnomodelagem não tem nada a ver com o que eu pensava, eu achava que era só trabalhar o lúdico, e uma inversão dos professores para descansar de tanto fazer conta com os alunos, mas vejo que é a partir da prática vamos dar significado matemático, nos ajudando a pensar e construir.

Aluno 4: Eu confesso que gosto muito desses trabalhos e desses assuntos, que nos apresentam uma outra forma para nós pensarmos e entendermos como a sociedade do não-indígena pensa. A etnomodelagem para mim, na linguagem desse artigo não ficou claro, mas quando a professora e os colegas começaram a conversar sobre o assunto, comecei a perceber que a etnomodelagem pode estar e tudo, e essas formas de ressignificar as coisas que fazemos usualmente, nos desenvolvem o raciocínio, e eu sem dúvida vou tentar trabalhar com meus alunos aplicando essas ideias, porque a matemática tem que ser reinventada todo dia.

A partir das conversas foi possível permitir sair um pouco da condição de professor formado para “professor sendo formado”, conversas que permitem constituir enquanto sujeito reflexivo sobre a potencialidade do saber. Somos permeados

⁷ Os etnomodelos são considerados representações que são desenvolvidas pelos próprios membros de grupos culturais distintos, em que buscam procedimentos e as características matemáticas próprias dos membros de um determinado grupo cultural (ROSA; OREY, 2013).

⁸ Identificaremos as falas dos alunos por aluno1, aluno2, aluna 3 e aluno 4, para preservar a identidade dos sujeitos.

por um acultura dominante, que às vezes desconsidera conhecimentos que não foram testados, comprovados e provados cientificamente.

Essa visão dos alunos a respeito da etnomodelagem leva-nos a concordar com os pensamentos de Rosa e Orey (2010, 2013). Isto porque os autores defendem que existem várias formas de saber, que podem ser expressas nos mais diversos ambientes, alertando que se faz importante manter a cautela para não cair na reprodução de apenas transmitir fatos e fenômenos julgados, a partir de nossas próprias interpretações e do nosso local de fala, segundo o perfil cultural ao qual fomos formados (ROSA E OREY, 2013).

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este trabalho teve como principal objetivo investigar o quanto os estudos em etnomodelagem podem contribuir com as diferentes relações e práticas do meio cultural indígena. Podendo, desta maneira, ser um meio pelo qual possa utilizar-se de elementos “motivadores”, no desenvolvimento de uma educação matemática escolar e contribua para consolidação do fortalecimento das atividades culturais indígenas.

Notamos que a Etnomodelagem busca abordar, de forma intercultural, aspectos culturais da matemática, que é traduzida a partir dos trabalhos da Etnomatemática, com uma matemática ocidentalizada, dita universal ou acadêmica. Essas indagações levaram-nos a refletir sobre as diversas formas de existir no mundo e que são manifestadas a partir das peculiaridades de cada povo.

Os estudos de modelagem dentro da perspectiva de Burak (2004), Meyer (2011), em que tentam aproximar uma linguagem matemática de situações problemas da realidade sociocultural dos alunos, leva-nos a perceber que a valorização do reconhecimento de que os espaços de formação inicial dos futuros professores que ensinam matemática, deve ressignificar-se. E assim considerar as diversas formas de produção do saber, seja por meio da experiência ou por meio de aspectos culturais.

O conhecimento não deve ser negado, mas sua apresentação não pode ser imposta como absoluta, sem dar espaço para a conexão com os diferentes saberes não hegemônicos. A articulação entre os saberes reproduzidos na sociedade deve ter o cuidado de não supervalorizar um saber em detrimento de outro. Voltando nossa reflexão para a educação escolar indígena, que valoriza, sobretudo, a oralidade, os estudos em etnomodelagem para os povos indígenas pode ser um elemento impor-

tante na conexão entre o saber cultural e o saber acadêmico. Isto, sem impor uma cultura que coloniza saberes, e sim uma que partilha.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP, Rio Claro, 2001.

BIEMBENGUT, M. S.; FARIA, Thaís Mariane. Modelagem matemática na formação de professores: possibilidades e limitações. **IX congresso Nacional de educação- EDUCERE- III Encontro Sul Brasileiro de psicopedagogia**- 26 a 29 de outubro de 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e implicações no ensino – Aprendizagem de Matemática**. São Paulo: Câmara Brasileira do Livro, 21p., 1999.

BRASIL. **Referencial curricular nacional para as escolas indígenas**. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BRASIL. decreto 6.861 de 27 de maio de 2009. **Educação Escolar Indígena**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2009/decreto/d6861.htm>. Acesso em: 29 Mar 2020.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Anais do I EPMEM - **Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática**. Londrina: 2004. Disponível em <<http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html>>. Acesso em 03/ 11/ 2019.

COURA, F. C. F; PASSOS, C. L. B. **Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil**, 2017.

COPPE, Cristiane; ABREU, Rodrigo Guimarães. **Discursos da Etnomatemática: Caminhos para a dimensão pedagógica**. In: COPPE, Cristiane et al. (Org.) **História da matemática e cultura** [recurso eletrônico] SBEM. Brasília. 2020. p. 63-87.

CUNHA, Aldrin Cleyde da; CUNHA Janielle da Silva Melo da. **Etnomatemática no contexto da formação de professores indígenas na educação superior**. v. 1, n. 1, p. 19-38. Macapá, 2018. Disponível: <<https://periodicos.unifap.br/index.php/scienceinfocus>>. Acesso 25 Mar 2020.

CUNHA A. C. **Contribuição da etnomatemática para a manutenção e dinamização da cultura Guarani e Kaiowá na formação inicial de professores indígenas**. Editora CRV. Curitiba/PR. 1ª edição, p. 148, 2018.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athena, 1997.

FLEURI, R. M. Multiculturalismo e Interculturalismo nos processos educativos. In: CANDAU, V. M. (Org.). Ensinar e aprender. Sujeitos, saberes e pesquisa. **Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (ENDIPE)**. Rio de Janeiro: Editora DP&A, 2000.

FLEURI, R. M. **Educar para quê?** Contra o autoritarismo da relação pedagógica na Escola. São Paulo: Cortez, 1997.

GRUPOINI, Luís Donisete. **Formação de professores indígenas: repensando trajetórias.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. Brasília: 2006.

JOHANN, Jorge Renato. **Educação e ética: em busca de uma aproximação** [recurso eletrônico]. Porto Alegre: Edipucrs, 2009

MAHER, Terezinha Machado. **A formação de professores indígenas: uma discussão introdutória.** In: GRUPOINI, Luís Donisete (Org). **Formação de professores indígenas: repensando trajetórias.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. Brasília. 2006. p. 11-37

MEYER, Dagmar Estermann. **Abordagens pós-estruturalistas de pesquisa na interface educação, saúde e gênero: perspectiva metodológica.** In: MEYER, Dagmar Estermann.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais.** São Paulo, SP: Livraria da Física, 2017.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Discutindo o currículo trivium fundamentado nas Perspectivas da Etnomatemática e da Modelagem. In: COPPE, Cristiane et al. (Org.) **História da matemática e cultura** [recurso eletrônico] SBEM. Brasília, 2020. p. 158-190.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Ethnomodeling as a Research Theoretical Framework on Ethnomathematics and Mathematical Modeling. In: **Journal of Urban Mathematics Education** December 2013, Vol. 6, No. 2, p. 62–80. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1085784.pdf>. Acesso em 25 Mar 2020.

ROSA, M. **A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leader about English language learners (ELL): the case of mathematics.** Tese (Doutorado) – College of Education, California State University, Sacramento, 2010.

P.P.C- **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura Intercultural Indígena**, UNIFAP- CLII – 2019. Acesso dos arquivos da coordenação do curso.



CAPÍTULO 6

ETNOMODELAGEM E O CONTEXTO DA ARTE MARAJOARA PARA O ENSINO

Marianna Sarmento Zampolo¹
Roberta Modesto Braga²

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.6

¹ Graduada em Licenciatura em Matemática. E-mail: zampolomarianna@gmail.com

² Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPA). Professora Adjunta da Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus Castanhal (UFPA). Coordenadora do Grupo de Modelagem Matemática (GEMM/UFPA). E-mail: robertabraga@ufpa.br

APRESENTAÇÃO

Ao se ensinar Matemática ainda é muito comum que não se valorize o conhecimento dos alunos em questão e a cultura que ele está inserido. No entanto, é profícuo considerar esses conhecimentos durante o planejamento das aulas, para que os estudantes sintam-se parte ativa no processo de ensino e aprendizagem.

Esta pesquisa teve como objetivo identificar em alguns padrões geométricos e utensílios marajoaras, características de uma Matemática própria dessa cultura, e a partir de então, através da Etnomodelagem, apresentar formas de serem aplicadas como conteúdos para serem utilizados em de sala de aula.

A abordagem ética, dessa maneira, foi utilizada para analisar os padrões encontrados, pois conforme Rosa e Orey (2017), essa abordagem permite que o pesquisador em Etnomodelagem desenvolva o próprio olhar sobre o que está sendo pesquisado, por meio de comparação com outras culturas. Tendo como características o ponto de vista dos observadores, com uma visão externa, realizando uma transcrição acadêmica.

Em relação à valorização da Matemática realizada por um determinado grupo social, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática enfatizam que “[...] ao dar importância a esse saber, a escola contribui para a superação do preconceito de que matemática é um conhecimento produzido exclusivamente por determinados grupos sociais ou sociedades mais desenvolvidas.” (1997, p. 27-28).

Nesse sentido, entende-se a necessidade de se pensar em maneiras de ensinar os conteúdos matemáticos, exigidos nos currículos da educação básica, sem deixar de lado a cultura em que os estudantes estão inseridos. No contexto de reflexão das práticas de sala de aula é que a Etnomodelagem apresenta-se como uma possibilidade capaz de favorecer esse diálogo dos fazeres em Matemática, pois de acordo com Rosa e Orey (2017), Etnomodelagem é a arte de se traduzir práticas matemáticas locais.

Com isso, esse artigo estrutura-se em seções. A primeira apresenta a Etnomodelagem como junção do programa Etnomatemática e a Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, em sequência apresenta-se os aspectos metodológicos e um breve histórico sobre a Arte Marajoara, que informa o leitor sobre o contexto em que a pesquisa está inserida. A terceira seção apresenta algumas discussões sobre os etnomodelos éticos construídos, e na quarta seção, algumas considerações.

1 ETNOMODELAGEM

Para o entendimento sobre Etnomodelagem, é necessário perceber as características dessas abordagens em separado, ou seja, há que se compreender o fazer Modelagem Matemática e o saber sobre Etnomatemática no sentido da articulação das mesmas sobre o fazer Matemática de determinado grupo.

A Modelagem Matemática caracteriza-se como uma proposta de metodologia de ensino, que utiliza situações do cotidiano como auxílio para solucionar problemas matemáticos. Bassanezi (2004) afirma que a Modelagem Matemática pode ser utilizada como método científico, mas também como estratégia de ensino e aprendizagem e que, em ambos os casos ela tem sido eficaz.

Sobre a utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem, Almeida e Silva (2014) discutem a respeito da relação dos estudantes com esse novo jeito de fazer Matemática. Relatam que pode auxiliar, não apenas na compreensão do tema abordado, em estratégias para solucionar problemas e a criação de uma autonomia à frente de conceitos matemáticos, mas também na utilização dos conceitos já definidos e na aquisição de conhecimentos novos.

Nesse Sentido, Burak (1992) define a Modelagem Matemática como um conjunto de procedimentos, onde o objetivo é a construção de uma relação, para explicar os fenômenos do cotidiano através da Matemática. Ajudando então, o ser humano a ter previsões e assim ter iniciativa de tomada de decisões.

Braga (2009, p.152) considera que “o modelo matemático é consequência do contexto do modelador” (BRAGA, 2009, p.152), e sua função é reconhecer tanto sua utilidade, quanto a apropriação do contexto sociocultural, que têm impactos e influenciam a tomada de decisão das pessoas. Desse modo entendemos a Modelagem como um processo de “criação de modelos matemáticos, a partir de uma realidade contextualizada, que podem ser materializados em estruturas Matemáticas, para compreender melhor a realidade Matemática das coisas”. (BRAGA, 2009, p.44)

Quando o assunto é Etnomatemática, busca-se a explicação da Matemática formal, a partir da Matemática utilizada pelo contexto em que os indivíduos estão inseridos.

Para entender o significado da palavra Etnomatemática, D’Ambrósio (2002) apresenta um modelo de formação do termo, onde *Etno* constitui o ambiente natural, social, cultural e imaginário, *matema* para explicar, aprender, conhecer e lidar com *tica*, que são os modos, estilos, artes e técnicas. Com isso, faz-se perceber que a

Etnomatemática valoriza a relação matemática com as raízes artísticas, culturais de uma determinada comunidade. Levando isso para o contexto educacional a Etnomatemática passa a ser realizada como uma prática pedagógica, em que professores e estudantes valorizam além de suas culturas, a própria Matemática.

Quando se propõem conexões entre a Etnomatemática e a Modelagem Matemática, realiza-se a interpretação, a partir de fundamentações do *saber* e do *fazer* Matemática de uma pessoa ou de um determinado grupo. Dessa forma, Biembengut discorre que:

Se este “saber” tem como finalidade *resolver* alguma situação *problema* cujos dados disponíveis não são suficientes para se utilizar de um modelo existente, ou ainda (re)criar ou produzir algo, este método denomina-se *modelagem*. E se este “saber” tem como propósito conhecer, explicar como uma pessoa ou um grupo de uma cultura social elabora um modelo em suas atividades, na *resolução* de alguma *situação problema*, o método denomina-se *etnomatemática*. (2016, p.258)

Sobre isso Dias (2013) explica que a Etnomatemática está estreitamente relacionada ao estudo cultural de determinada comunidade e, ao buscar explicar matematicamente as particularidades desse grupo de pessoas, é possível perceber que há uma relação da Modelagem Matemática com a Etnomatemática. Em busca de uma aproximação da Matemática específica daquele grupo com a Matemática formal, que é ensinada nas escolas.

É o que retrata Biembengut, ao citar que os dois métodos “são confluentes quando se busca explicar um fato ou fenômeno” (2016, p.263). Trata-se então, da intenção da pesquisa e como ela vai ocorrer, pois existem diferentes concepções. Logo, entende-se que existe uma conexão e “se o pesquisador, para explicar o fazer matemático desta pessoa ou deste grupo, elabora um modelo (matemático) deste fazer ou saber, então consideramos a etnomatemática uma modelagem, ou vice-versa” (BIEMBENGUT, 2016, p.264).

Daí que Rosa e Orey (2017) especificam essa conexão como uma abordagem denominada Etnomodelagem, que “pode ser considerada como o estudo das ideias e procedimentos utilizados nas práticas matemáticas de grupos culturais distintos” (p.36). Essas práticas podem envolver tanto o olhar da matemática própria do grupo, quanto o olhar externo sobre esse grupo, promovendo de certo modo um intercâmbio de grupos distintos.

As primeiras aproximações da Etnomatemática com a Modelagem Matemática ocorreram no artigo *Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem*¹, de autoria de Milton Rosa e Daniel C. Orey, no ano 2003. Foi visto como uma resposta ao artigo

¹ Pode ser acessado em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10541>

*Água e Óleo: modelagem e etnomatemática?*², de Pedro Paulo Scandiuzzi de 2002. Outra escrita inicial sobre essa relação aconteceu na dissertação de Tiago Emanuel Klüber (2017), intitulada *Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática: aspectos filosóficos e epistemológicos*³.

Apesar dessa evidência de aproximações entre ambas as abordagens, para de certo modo aglutiná-las como Etnomodelagem, é possível perceber em linhas gerais que a Etnomodelagem constitui uma variação da Modelagem Matemática, na qual o contexto de investigação leva em consideração práticas etnomatemática. Sejam essas práticas intrínsecas ou extrínsecas ao grupo cultural envolvido.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa constitui um estudo teórico, de análise ou síntese de conhecimentos, levando em consideração o referencial teórico abordado no estudo sobre etnomodelagem, com foco no entendimento dos padrões marajoaras, nessa perspectiva. Desse ponto, entendemos que se trata de uma pesquisa, cuja abordagem é qualitativa, por considerar que a “interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa” (PRODANOV e FREITAS, 2013. p.70).

Consideramos no estudo, padrões geométricos e de objetos marajoaras encontrados no livro “Cerâmica Marajoara: a comunicação do silêncio”, da editora Museu Paraense Emílio Goeldi, e também no livro didático utilizado para ensinar Matemática em uma escola pública que tem como local de funcionamento a *Instituição Caruanas do Marajó, Cultura e Ecologia*⁴. Com finalidade em compreender a tradução, através da Etnomodelagem de alguns padrões geométricos e objetos da Arte Marajoara em geral.

O termo “marajoara” significa tudo o que provém do Arquipélago do Marajó, que é localizado no Estado do Pará. Os marajoaras são indígenas que ocupam o arquipélago desde muito antes da chegada dos portugueses na região. Segundo a Instituição Caruanas, esses indígenas possuíam muitas habilidades com o artesanato, mais especificamente com a argila e, a partir deste material, eles fabricavam desde pequenos potes, que serviam de utensílios domésticos, até grandes urnas funerárias, com grafismos de traços finos, que serviam para representar algo. “As representações de humanos, animais e plantas, quando muito semelhantes aos modelos

² Pode ser acessado em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10604>

³ Pode ser acessado em: <https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1204>

⁴ A Instituição foi fundada pela pajé e escritora Zeneida Lima e a imortal Rachel de Queiroz, com a intenção de desenvolver a educação e a conservação da cultura no município de Soure, no Arquipélago do Marajó. <http://www.caruanasdomarajo.com.br/>

reais, são chamadas de representações realistas ou naturalistas” (SCHANN, 1999, p.1).

Nesse sentido, esses grafismos apresentam técnicas matemáticas, principalmente quanto à geometria em si. Conhecimentos e construções matemáticas com simetria e definição de ângulos precisos, utilizando o próprio jeito de se fazer Matemática. Atualmente ainda existem artesãos que sobrevivem desse trabalho, os chamados ceramistas, que produzem para a conservação de suas raízes culturais, que vão muito além da comercialização.

Para a análise das características encontradas nos artefatos e para a construção de etnomodelos, utilizou-se a abordagem ética, que conforme Rosa e Orey (2017) permite que o pesquisador em Etnomodelagem desenvolva o próprio olhar sobre o que está sendo pesquisado, por meio de comparação com outras culturas. Tendo como características o ponto de vista dos observadores, com uma visão externa realizando uma transcrição acadêmica.

Diante disso não se pode esquecer da importância da abordagemêmica, que é o olhar do próprio grupo cultural sobre a matemática desenvolvida por eles, mesmo que inconscientemente. De acordo com Rosa e Orey (2017) é necessário que seja possível entender de que maneira os membros desse grupo social reconhecem as suas próprias manifestações.

No caso desta pesquisa todos os padrões geométricos apresentados possuem significado equivalente ao da Arte Marajoara em si. No caso dos grafismos se tem a representação de pessoas e animais, já na geometria dos utensílios é possível perceber a representação histórica da utilidade do artesanato. É possível que esse próprio grupo não perceba a matemática envolvida nesses artefatos, para eles talvez exista apenas significado cultural, porém existe conhecimento matemático e estes são válidos.

3 ETNOMODELAGEM NA ARTE MARAJOARA

Esta seção apresenta alguns grafismos que são encontrados com frequência nos artefatos marajoaras (êmica), figuras essas que foram retiradas do livro didático, que é utilizado para ensinar Matemática através da Etnomatemática. Apresenta também objetos que eram utilizados como utensílios domésticos por essa comunidade, e como essas construções podem ser utilizadas durante aulas de geometria, utilizando a Arte Marajoara como exemplo.

Figura 1 - Padrão Geométrico *Iso Puti*



Fonte: Instituição Caruanas do Marajó, 2018

A figura 1 apresenta em seu padrão (Isso Puti) a representação de uma aranha, em seguida a figura 2 (Ahuafuda) simboliza uma cobra.

Figura 2 - Padrão Geométrico *Ahuafuda*



Fonte: Instituição Caruanas do Marajó, 2018

A figura 3 (Shahuu pushaca) representa os desenhos do casco de uma tartaruga.

Figura 3 - Padrão Geométrico *Shahuu Pushaca*



Fonte: Instituição Caruanas do Marajó, 2018

Já a figura 4 (Pushu Futoro) é um padrão que representa os telhados de casas.

Figura 4 - Padrão Geométrico *Pushu Futoro*



Fonte: Instituição Caruanas do Marajó, 2018.

A seguir, nas figuras 5 e 6 tem-se a representação de utensílios marajoaras, que eram utilizados em festas ou até em funerais. Segundo Amorim (2010) esses objetos foram encontrados em sítios arqueológicos e hoje se encontram no acervo do Museu Paraense Emílio Goeldi.

Figura 5: Tigela com motivo decorativo**Figura 6:** Vaso decorado

Fonte: Amorim, 2010.

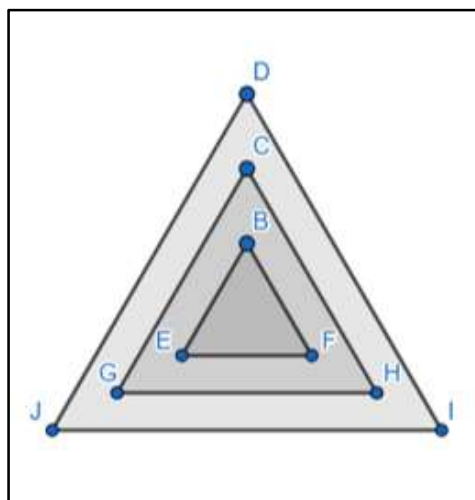
Parafraseando Rosa e Orey (2006), os padrões geométricos e utensílios marajoaras podem ser classificados como procedimentos e técnicas matemáticas (*ticas*), desenvolvidas por indígenas marajoaras (*etno*), para que pudessem representar nos artefatos as suas ideias e também construir utensílios para necessidades da época (*matema*). Atualmente transformaram-se em lembranças e objetos decorativos.

A partir disso, serão apresentados etnomodelos éticos, construídos após observações desses grafismos e utensílios marajoaras, que “representam a maneira pela qual os modeladores entendem como o mundo desses membros funciona” (ROSA; OREY, 2017, p.44), diante de um olhar acadêmico externo, permitindo todas as percepções realizadas de acordo com a perspectiva da Etnomodelagem ética.

4.1 Etnomodelo Ético do Padrão Iso Puti

No padrão Iso Puti, de acordo com a perspectiva utilizada é possível perceber a presença de triângulos, e o uso desse padrão durante aulas de matemática pode ser inserido desde os conteúdos mais simples sobre geometria plana, como a sua composição, classificação e até em estudos sobre ângulos. Na reflexão feita (figura 7), foram construídos três triângulos, um incluso no outro, fazendo referência ao padrão marajoara. Destacamos todos os vértices dos triângulos

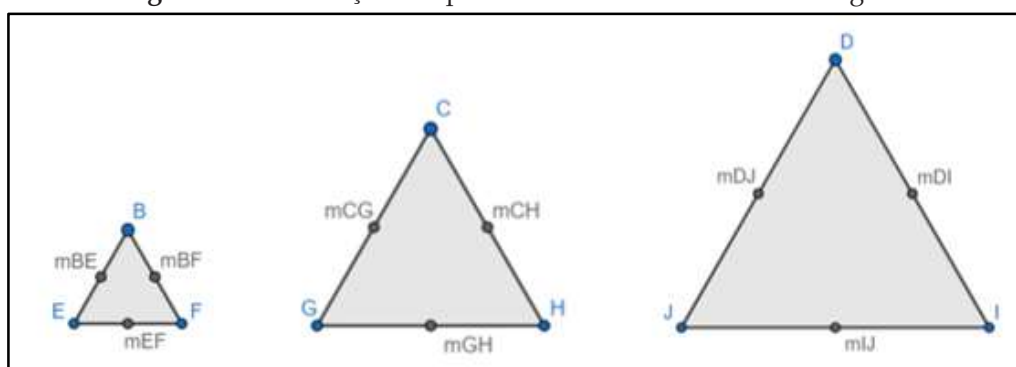
Figura 7 - Representação geométrica do Padrão Marajoara Iso Puti



Fonte: Das Autoras, 2020.

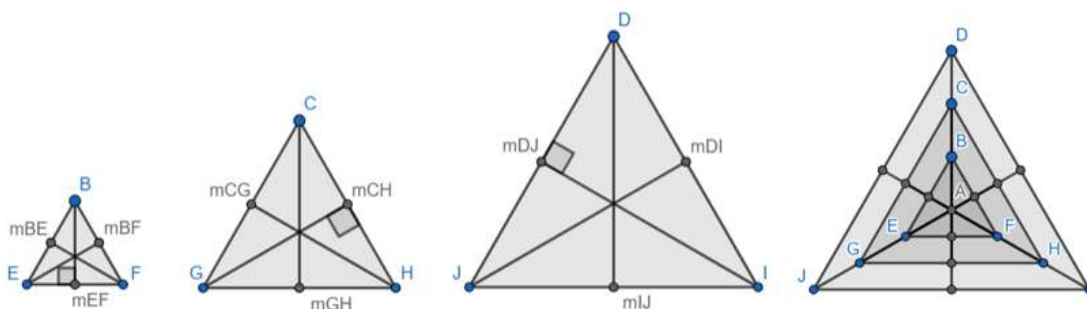
Geometricamente é possível que sejam exploradas diversas situações, como por exemplo, por eles serem classificados como equiláteros, é possível que se verifique o que esses triângulos possuem em comum, aponta-se então na figura 8, os pontos médios de todos os segmentos de reta que compõem os triângulos.

Figura 8 - Demarcação dos pontos médios dos lados dos triângulos



Fonte: Das Autoras, 2020.

Ao traçar segmentos de retas que partem de cada vértice ao ponto médio do lado oposto a ele, obtêm-se os segmentos de reta denominados medianas, e como esses segmentos de retas são perpendiculares aos lados, define a altura respectiva. Assim, no caso da formação do ângulo reto, temos a altura do triângulo. A representação do ângulo reto indica a altura do triângulo na referência da projeção, figura 9.

Figura 9 - Medianas dos Triângulos e Centro A (Baricentro)

Fonte: Das Autoras, 2020.

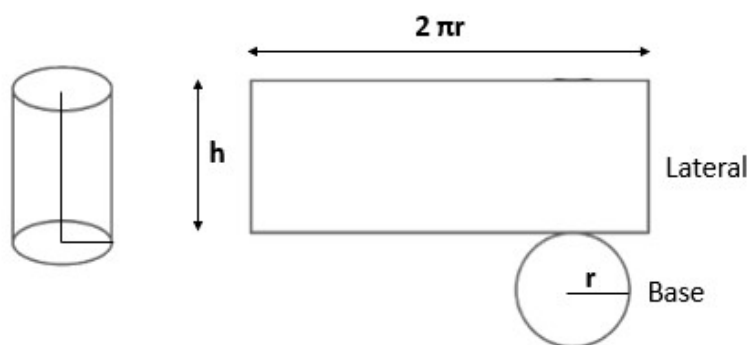
Altura do triângulo é um segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado pelo vértice oposto. O ponto de interseção da mediana é exatamente no centro (A), ou seja, o baricentro, e ao sobrepor as figuras, percebe-se que é um ponto em comum entre os três triângulos.

Por ser um triângulo equilátero, as medianas e bissetrizes são coincidentes. A formação dos segmentos de reta em um triângulo é um foco ilustrativo, apenas, mas outras questões podem ser abordadas, como o caso de pontos notáveis de um triângulo equilátero, área, relações métricas etc.

Para desenvolver atividades envolvendo este e todos os padrões apresentados nesta pesquisa, é necessário enfatizar inicialmente conhecimentos básicos sobre geometria plana, como o estudo de ângulos, retas, formas geométricas, simetria, entre outros. Uma possibilidade viável pode ser a reconstrução dos grafismos, e nessa dinâmica todos esses conteúdos matemáticos podem ser explorados.

4.1 Etnomodelo Ético do Vaso Decorativo Marajoara

O vaso Marajoara, que tem finalidades decorativas e para uso doméstico em determinadas ocasiões para o povo Marajoara, sem que possam por vezes perceber, que há mais Matemática do que se imagina e, por exemplo, pode ser analisado geometricamente. Ele tem estrutura semelhante a de um cilindro, que pode ser utilizado durante as aulas explorando as suas características como o seu conceito, área, volume, superfície lateral e planificação. A figura 10, por exemplo, que apresenta a planificação do cilindro que por ser a representação geométrica do vaso marajoara, não possui a superfície superior.

Figura 10 - Etnomodelo Ético do Vaso Decorativo Marajoara

Fonte: Das Autoras, 2020.

É possível apresentar a planificação do sólido, levando em consideração o planejamento de aula sobre o cálculo da área total do cilindro, demonstrando a possibilidade de não decorar a fórmula, mas sim a construção desta, sabendo que o cálculo da área total do cilindro é a área da base, que é um círculo somado à área da superfície lateral, que é um retângulo.

Ao partir deste pressuposto é possível verificar, então, que a área da base será, $(Ab) = \pi.r^2$ e a área da superfície lateral é calculada pelo produto da base pela altura. Sendo a sua base equivalente ao comprimento da circunferência e a sua altura medindo o mesmo valor da altura do cilindro. Tem-se então que a área da superfície lateral $(As) = 2\pi.r.h$. Com isso é possível verificar que a área total (At) deste cilindro será $(At) = \pi.r^2 + 2\pi.r.h$.

Desta maneira, constata-se a possibilidade de que esse objeto seja utilizado também para a explicação da fórmula do volume e que se estude as propriedades do cilindro como sólido de revolução de um retângulo, por exemplo.

Já a tigela com grafismos marajoaras, da imagem 1, que certamente para a sua construção se fez necessário destreza manual para conseguir perfeição curvilínea, também se fez uso de conhecimentos matemáticos. Tem aparência semelhante a uma elipsoide, com corte acima do eixo maior, na linha do equador, o uso desse utensílio pode servir tanto para aprendizagem de conteúdos sobre ela, bem como o auxílio para a percepção palpável do objeto em três dimensões. Isto porque, muitas vezes são vistos apenas no plano cartesiano, apesar de serem utilizados para o estudo de geometria espacial.

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A presente pesquisa teve por objetivo identificar em alguns padrões geométricos e utensílios marajoaras, e por meio da Etnomodelagem verificar de que forma poderiam ser utilizados em sala de aula, para ensinar ou discutir tópicos de conteú-

dos matemáticos. Para isto foram selecionados alguns artefatos marajoaras, capturados em livros de referência.

As configurações geométricas de alguns padrões e objetos da Arte Marajoara e os conteúdos escolares podem ser trabalhados durante as aulas de Matemática, com profundidade ou não. Isto vai depender do nível de ensino que será abordado, e são ações que fazem com que o estudante e sua cultura ou outras culturas seja a motivação da aula. Com o intuito de que favoreça a aprendizagem com significados e que tenha sentido para o estudante.

Os padrões dos objetos Marajoaras trazidos para esta discussão apresentam possibilidade de uso em sala de aula e apesar de serem objetos oriundos do Arquipélago do Marajó, é de conhecimento também de pessoas que moram em outras localidades do Estado, por serem objetos culturais fortemente conhecidos em todo território paraense.

Em geral, os artefatos Marajoaras proporcionam discussões abrangentes de conceitos estudados em geometria, pois para os professores ao utilizarem a Arte Marajoara para estudo, é necessário explorar medidas, formas geométricas, reconhecimento de simetria, entre outros.

Daí, reconhecemos que introduzir uma abordagem nessa perspectiva da Etnomodelagem resgata uma relação com História, cultura. Utilizando desta associação dos conceitos de Etnomatemática e de Modelagem, a partir das propostas que os professores abordarem, fazendo com que a aula seja além de um momento de aprendizagem formal, um momento de aprendizagem cultural.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. – **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014.

AMORIM, L. B. – **Cerâmica Marajoara: a comunicação do silêncio**. Belém: Museu Paraense Emílio Goeldi, 2010.

BASSANEZI, C. R. – **Ensino e aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 2 Ed. – São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem na educação matemática e na ciência** / Maria Salett Biembengut. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. – (Coleção contextos da ciência / coordenadores Carlos Aldemir Farias, Iran Abreu Mendes)

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em psicologia educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1992.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação para uma sociedade em transição**. 2. Ed. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

_____. **Elo entre as tradições e a modernidade**. / Ubiratan D'Ambrosio. – 4. Ed. 1. Reimp. – Belo Horizonte: Autentica Editora, 2011.

_____. **Elo entre as tradições e modernidade**. / Ubiratan D'Ambrosio. – 2. Ed. 2º Reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

_____. **Etnomatemática se ensina?** Bolema, 1988. Disponível em <http://www.etnomatematica.org/home/wp-content/uploads/2010/10/03-artigo_4_2_DAmbrosio.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2020.

DIAS, M. B. S. **Modelagem Matemática: uma situação a-didática para o ensino**. Dissertação – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.

Instituição Caruanas do Marajó, Cultura e Ecologia, 2019. Disponível em: <<http://www.caruanasdomarajo.com.br/novo/pagina/sec/139/sel/gp>> Acesso em: 06 abr. 2020

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani César. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa de do trabalho acadêmico**. 2. Ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais**. São Paulo: Livraria de Física, 2017.

SCHAAN, D. P. **A representação humana na Arte Marajoara**. Texto escrito para a exposição Marajó: Retratos de Barro. Belém: Museu de Arte de Belém, 1999.



CAPÍTULO 7

ETNOMODELOS EMERGENTES EM PRÁTICAS SOCIOCULTURAIS EM UMA CASA DE FARINHA

Luiz Antonio Ribeiro Neto de Oliveira¹
Elizabeth Gomes Souza²

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.7

¹ Doutorando em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA. Professor Adjunto do Campus Marajó - Breves - UFPA. E-mail: luizneto@ufpa.br

² Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA. Professora Adjunta do Instituto de Educação Matemática e Científica - UFPA. E-mail: elizabethmathematics@gmail.com.

RESUMO

Neste trabalho, o objetivo foi a construção de etnomodelos matemáticos emergentes em práticas socioculturais, enraizadas nas atividades que constituem a produção de farinha em uma casa de farinha, situada no município de Breves, arquipélago do Marajó, estado do Pará. Dessas atividades, surgiram grandezas e quantidades, que podem ser utilizadas como base para um processo de matematização de modelagem matemática naquela localidade. A realização da pesquisa foi norteadada pelos princípios da Modelagem Matemática na Educação e da Etnomodelagem. Para isso os dados foram gerados pelas técnicas de observação das atividades na produção de farinha e entrevista aos dois produtores de farinha, que atuam juntos semanalmente, nessa atividade, naquela localidade. Após a filmagem dessas ações, os dados foram analisados, os artefatos relacionados à produção de farinha, juntamente com suas funções foram descritos, algumas grandezas e quantidades foram identificadas nas atividades em torno desses artefatos e, finalmente, etnomodelos baseados em conhecimentos escolares foram construídos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Etnomodelagem. Casa de farinha. Práticas socioculturais.

1 INTRODUÇÃO

As atividades de ensino de Matemática, metodologicamente, na maioria das salas de aula, iniciam sempre com a explanação teórica do conteúdo a ser ensinado. Em seguida são dados alguns exemplos, os quais são resolvidos pelo professor, com a utilização de fórmulas. E, finalmente são entregues exercícios, que devem ser resolvidos com auxílio das fórmulas memorizadas. Todas essas atividades são fundamentadas em livros-texto de Matemática.

Nessa perspectiva, os exercícios dos livros-texto de Matemática fornecem todas as informações necessárias, que são também suficientes para sua resolução e por este material dominar o ensino de Matemática. Deve ser seguido praticamente página por página (SKOVSMOSE, 2008). Assim, a utilização de outros materiais didáticos é permitida apenas como complemento. Essa maneira de organizar a educação matemática, denominada ensino tradicional, possibilita que questões sobre funções sociais da Matemática sejam ignoradas (SKOVSMOSE, 2007).

O ensino tradicional dificilmente motiva o exercício da criatividade e o desenvolvimento de competências matemáticas, nos estudantes para utilização em situações da vida cotidiana (SKOVSMOSE, 2007). No entanto, a ideia de uma ma-

temática pura, formal e universal – a qual não foi produzida por ações humana e pode ser compreendida independentemente do espaço e do tempo – é geralmente corroborada pela universidade e pela escola (VILELA, 2013). Essa autora afirma que tal ideia é sustentada fortemente pela utilização da demonstração lógica, como único instrumento de resultados válidos, mas esta matemática é apenas uma dentre diversas práticas matemáticas. Dessa forma, as matemáticas constituem esquemas teóricos, que nos levam a agir de acordo com as regras de determinada comunidade, mas que não nos obrigam a isto.

Tarefas devem ser propostas para que o sujeito, neste caso o aluno, mobilize recursos, ative esquemas e tome decisões, quando estiver diante de conflitos. Nesse sentido, as situações-problema, que são fragmentos de fenômenos relacionados com nosso cotidiano, são fontes estimulantes para a proposta de tarefas (MACEDO, 2002). Freitas (2010) afirma que não é só o conteúdo o componente a ser valorizado na Educação Matemática, mas principalmente a promoção existencial do aluno, por meio do saber matemático. Compreendemos assim, que a Matemática deve ser vista, não somente como um conhecimento formal, que pode ser utilizado de maneira dedutiva, para resolver exercícios e que pode ser transmitido de um professor a um aluno, mas também como possibilidade de ser utilizada de acordo com a vivência do aluno, para o desenvolvimento de sua identidade social nas tomadas de decisões, no desenvolvimento das sociedades.

Foi essa perspectiva de educação matemática que assumi,¹ quando ingressei no quadro de professores efetivos da Universidade Federal do Pará, com lotação na Faculdade de Matemática (FAMAT) do Campus Universitário Marajó-Breves (CUMB) em 2010. Conheci a realidade desta localidade e percebi que minha atuação neste município seria mais produtiva se incentivasse os discentes a se envolverem pela busca de ensino e de aprendizagem de Matemática relacionados com as condições humanas relativas às suas realidades. Para isso, em busca de um suporte teórico que não predominasse o ensino tradicional de Matemática, fui às referências da Educação Matemática. Defrontei-me com uma de suas tendências, que estava envolvida com as perspectivas discutidas nos parágrafos anteriores, que foi a Modelagem Matemática, que conforme Canedo Jr e Kistemann Jr (2017) tem potencial de favorecer a superação das práticas pedagógicas tradicionais em Educação Matemática.

Assim, ingressei no Curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação de Ensino em Ciências e Matemática (PPGECM), do Instituto de Educação em Ciências e

¹ O primeiro autor.

Matemática (IEMCI) da Universidade Federal do Pará, que ocorreu no ano de 2013. Minha dissertação de mestrado resultou em uma perspectiva para a escolha do tema em Modelagem Matemática na Educação. Concluído meu curso de mestrado, meu interesse voltou-se para as etapas seguintes à escolha do tema em Modelagem Matemática, pois nessas etapas o conhecimento matemático torna-se mais requisitado, e era isso que eu queria trabalhar daquele momento em diante.

Na Modelagem Matemática, a partir da conclusão da etapa denominada escolha do tema e estruturação de um problema não matemático, busca-se um problema matemático a ser resolvido. Então, entre a estruturação do problema não matemático e a formação de símbolos matemáticos ocorre o processo de matematização, e o modelo matemático é construído na síntese desses símbolos (ALMEIDA; VERTUAN, 2014).

Skovsmose (2007) nos informa que um modelo matemático representa aspectos da realidade na linguagem matemática, e esse modelo matemático torna-se parte da realidade social. Esse autor afirma, também, que por meio da Matemática podemos representar algo ainda não compreendido, um discurso que pode produzir nosso mundo e também usar um modelo para legitimar as decisões já tomadas. Mas para isto é estabelecido um espaço de situações hipotéticas, pois a realidade cotidiana é complexa. Em seguida é possível uma investigação matemática de detalhes desta situação, na qual geralmente Matemática e poder interagem.

Dessa forma, o ensino tradicional de Matemática pode assumir a função de excludente político-social, enquanto que deveria desempenhar um papel ativo no desenvolvimento social (SKOVSMOSE, 2007). Esse autor trata da Educação Matemática Crítica, na qual a educação deve engajar-se no processo político, por intermédio da preocupação com a democracia. Democracia, aqui se refere a um modo de vida, modo de negociação e formas de ação em grupo e em comunidades, para a formação do sujeito crítico e reflexivo.

A relação entre o conhecimento matemático com a cultura é argumentada por Rosa; Orey (2017), no sentido de apresentar uma base teórica da Etnomatemática e da Modelagem Matemática para o desenvolvimento do programa de pesquisa Etnomodelagem. Este tem o objetivo de estudar os fenômenos matemáticos, que são desenvolvidos por membros de um grupo cultural específico. Para os autores, Etnomodelagem é o estudo das ideias e procedimentos utilizados nas práticas matemáticas de grupos culturais distintos e tem como objetivo organizar e apresentar essas práticas matemáticas, a fim de facilitar a sua comunicação e difusão através das gerações.

A tradição epistemológica racionalista, na qual o pensamento e o conhecimento são caracterizados pela lógica matemática emancipada da cultura do indivíduo, sustenta a ideia da existência de um único modo de pensar. Para essa epistemologia, o modo de pensar é suficiente para garantir a aquisição do verdadeiro conhecimento (RADFORD, 2011). No entanto, na Teoria Cultural da Objetivação, esse autor afirma que as práticas de cada povo são direcionadas por orientações culturais, que obedecem a sistemas de crenças que se constituem nos distintos modos de sentir de um povo. Entre essas crenças está incluída a concepção que se tem dos objetos matemáticos.

Compreendi que a Modelagem Matemática na perspectiva da Etnomodelagem, como estratégias de ensino, tem potencial de cumprir o papel social de desenvolvimento do senso crítico de professores e estudantes. Mas, conforme Silva (2017), a educação vem sendo conduzida há anos por meio de modelos que não valorizam o professor e se inserem em um contexto de depreciação da profissão docente. Conforme esta autora, a realidade só pode ser conhecida por intermédio do desenvolvimento das práticas que a sustentam.

Assim, a partir da consideração destes referenciais e com a intenção de empenho em uma investigação que se desdobrasse em tese de doutorado, ingressei no primeiro semestre de 2018 no curso de Doutorado, do Programa de Pós-graduação de Ensino em Ciências e Matemática (PPGECM), do Instituto de Educação em Ciências e Matemática (IEMCI), da Universidade Federal do Pará.

A partir de então, compreendi que poderia direcionar meu foco para a questão de sinalizações curriculares, para atividades de etnomodelagem como resultado final desta pesquisa. Para esse trabalho elaborei os seguintes questionamentos: Que artefatos constituem a estrutura de uma casa de farinha no município de Breves, no estado do Pará? Que grandezas e quantidades podem emergir das práticas socioculturais nesta casa de farinha? Que etnomodelos escolares essas grandezas e quantidades possibilitam emergir por parte dos estudantes?

Etnomodelos, de acordo com Rosa; Orey (2017) são modelos matemáticos relacionados com as práticas matemáticas desenvolvidas em contextos culturais distintos. São descritos como artefatos culturais, que são ferramentas utilizadas para facilitar o entendimento e a compreensão dos sistemas retirados do cotidiano dos membros de grupos culturais distintos.

Práticas socioculturais, para Carneiro (2016), é todo fazer que emerge da elaboração do pensar, que é mediado por instrumentos, a fim de solucionar problemas

e satisfazer necessidades específicas, que colabora para a sobrevivência e manutenção de um determinado grupo cultural. A farinha de mandioca é um produto da economia brevense, produzida na zona rural do município de Breves e transportada para ser comerciada na zona urbana desse município.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A utilização da Modelagem Matemática, enquanto estratégia pedagógica no cenário internacional inicia-se nas primeiras décadas do século XX, por matemáticos puros e aplicados, que estudavam alternativas ao ensino da Matemática (BARBOSA, 2001). No cenário da educação brasileira, ela origina-se nas ideias e nos trabalhos de Paulo Freire e de Ubiratan D'Ambrósio, na década de 70, com a valorização dos aspectos sociais nas aulas.

Nesta mesma década passou a fazer parte das práticas e metodologias das aulas dos professores Aristides Barreto e Rodney Bassanesi, na Universidade onde trabalhavam, de modo que tal atividade passou a ser uma forma de estratégia de descrição, formulação, modelagem e resolução de uma situação problema (BIEMBENGUT, 2009). A Modelagem Matemática, no entanto, só começou a ser discutida teoricamente na Educação Matemática a partir da dissertação de Wilmer em 1976, sob a orientação de Aristides Barreto (SILVEIRA, 2007).

Ao integrar Biembengut; Hein (2011) e Bassanezi (2015) temos que a Modelagem Matemática é um processo dinâmico, utilizado para a criação e validação de modelos matemáticos. Almeida; Vertuan (2014) afirmam que modelos matemáticos são sistemas conceituais, expressos por meio de linguagem matemática, e devem ser construídos para representar, explicar e fazer previsões para situações não matemáticas. Nesse processo, de acordo com esses autores, já devem estar definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre sua realidade, que está carregada de interpretações e subjetividades próprias.

A Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica, a qual o professor mobiliza o estudante nas aulas de Matemática, a desencadear, a partir de situações do cotidiano, investigações matemáticas (ALMEIDA; VERTUAN, 2014). É no interior dessas situações-problema que os alunos devem identificar problemas, recorrer à criatividade, fazer hipóteses e inventar soluções para os problemas elaborados. Problema é entendido por Almeida e Vertuan (2014) como uma situação em que o indivíduo não possui esquema, *a priori* para sua resolução. Uma situação que é problemática para um aluno, pode não ser para outro.

Biembengut; Hein (2011), Bassanezi (2011) e Almeida; Silva; Vertuan (2012) levaram-nos a entender também, que a modelagem matemática está relacionada a uma atividade artística. Ela transforma problemas da realidade em problemas matemáticos, com utilização significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, sabendo discernir qual conteúdo matemático melhor adapta-se, também apresentando senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

No dia a dia, em muitas atividades é “evocado” o processo de modelagem. Basta para isso ter um problema que exija criatividade, intuição e instrumental matemático. Assim, a Modelagem Matemática não pode deixar de ser considerada no contexto escolar, e o desafio do professor que toma o caminho da modelagem como método de ensino, é proporcionar a compreensão matemática por parte do aluno. Para que, a partir de então possam emergir habilidades para a construção de relações matemáticas significativas, em cada etapa do processo (BIEMBENGUT E HEIN, 2011).

Na investigação de uma situação problema é necessária sua compreensão, o que é caracterizado pelo entendimento da situação, apreensão de significados, interpretação de fatos e informações e agrupamento de ideias, culminando com a representação da situação. Em seguida, o problema é identificado e as metas definidas para a resolução do problema. Essa atividade ocorre simultaneamente com a estruturação da situação, a qual é mediada por conhecimentos e habilidades que levam à identificação de regularidades e relações (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Esses autores também apresentam o momento da matematização, em que se adequa o problema à ferramenta matemática ao alcance da aprendizagem do aluno. Assim, transforma-o em um problema matemático. Isso se constitui em traduzir o problema para uma linguagem do universo matemático. Para chegarmos ao modelo matemático por meio da ação de matematização, é necessário o uso do domínio de técnicas e procedimentos matemáticos associados aos objetos matemáticos, o que é denominado por síntese.

As atividades de modelagem matemática, frequentemente, consideram a maneira com que os membros de distintos grupos culturais desenvolvem e desenvolveram o conhecimento matemático local. No entanto, não há uma percepção de que o pensamento matemático pode estar inter-relacionado com as atividades realizadas no cotidiano dos membros de determinado meio cultural (ROSA; OREY, 2017). Assim, esses autores elaboraram uma teoria que conecta os princípios da Modelagem Matemática com a Etnomatemática, a qual denominaram Etnomodelagem. Essa teoria tem o propósito de estudar os fenômenos matemáticos que membros

de um determinado grupo cultural desenvolvem ou desenvolveram, a partir da compreensão de que esses fenômenos são um construto enraizado na cultura que os produzem ou produziram.

Compreendi que as ações cognitivas presentes no processo de modelagem matemática podem ser analisadas sob a ótica da Etnomodelagem, pois isso pode levar o professor a ter uma atuação mais eficiente na orientação desse processo, potencializando a capacidade tanto do professor quanto a dos alunos.

3 DESDOBRAMENTO DA PESQUISA

Realizei nesta investigação, como técnica de geração de dados e informações, a observação e a entrevista não estruturadas, que foram gravadas para futura transcrição. Dessa forma, após a observação não estruturada do ambiente em torno do qual é produzida a farinha de mandioca, os principais sujeitos envolvidos, pragmática e historicamente nessa atividade, foram entrevistados no intuito da identificação de quais dessas atividades são realmente práticas socioculturais relacionadas à produção de farinha de mandioca. Em seguida voltei minha intencionalidade para essas práticas, com um olhar sempre voltado para identificar quais situações envolvem o conhecimento matemático.

A coleta de dados exploratórios por observação, na casa de farinha localizada na posse São Pedro, ocorreu nos dias 24 de novembro e no dia 1º de dezembro de 2018, no intervalo de tempo das 08:00h às 12:00h, em ambas as visitas. Percorri tanto o espaço da casa de farinha, quanto o espaço da roça de plantação de mandioca e macaxeira, no entanto meu foco para a coleta de informações concentrou-se na casa de farinha e na produção de farinha de mandioca. No dia 12 de março de 2019, no intervalo de tempo das 09:00h às 12:00h, retornei ao local de pesquisa, para coleta de dados pessoais, por intermédio de entrevista não estruturada e coleta de imagens fotográficas dos principais artefatos, além de observar um pouco mais o processo de produção de farinha.

A casa de farinha fica às proximidades da roça, distância esta medida em unidade de tempo (por volta de oito minutos de caminhada). As filmagens e exposições dos dados foram autorizadas pelos produtores de farinha, que denominamos BLS e AS. Assim, acompanhei uma fornada completa. A atividade foi filmada para posterior construção do diário de bordo.

Quando cheguei à casa de farinha da posse São Pedro, o senhor AS estava mexendo, com um rodo de madeira, uma massa de mandioca que estava sendo

torrada em um artefato denominado forno, o qual deveria tornar-se farinha. Havia uma porção de massa em outro artefato denominado bacia de massa, do qual se passava a massa em medidas dosadas, em um vasilhame de plástico na forma de prato, para o forno.

Eram passados três pratos de massa por vez, até completar o forno com toda a massa da bacia. O intervalo de tempo para alimentação do forno com massa é norteado pela percepção, tanto pela visão como pela cinestesia, de quem está mexendo-a, conforme seu cozimento. O senhor AS informou-me que o forno já devia estar em temperatura adequada, percebida intuitivamente, aquecido por duas ou três braçadas² de lenha, que o alimenta progressivamente até o final das atividades do dia.

Ao final desse processo, que dura por volta de uma hora e vinte minutos, temos o fato denominado fornada. O senhor AS mexia a massa para não queimar, não ficar em forma de grãos graúdos e nem miúdos. Nesse intervalo de tempo, o senhor BLS estava observando toda a atividade e aguardava o momento para fornecer mais massa à bacia, para a repetição do processo, que totalizava três fornadas.

Enquanto isso, o senhor BLS informou-me que a mandioca utilizada para a produção de farinha naquele dia, foi colhida na roça havia alguns dias e trazida, em cinco sacas de fibras para açúcar vazias com capacidade para 60 quilos, à casa de farinha para ser raspada e separada. Uma parte da mandioca raspada (duas sacas) foi deixada de molho em três camburões de plástico. O processo dura por volta de duas horas para a colheita e três a quatro horas para a raspagem da mandioca. O tempo que fica de molho deve ser de dois a três dias. Em seguida conduziu-nos até um artefato denominado cevadeira, próximo aos camburões, no qual colocou uma porção de mandioca, previamente separada, para ser triturada. Essa porção é distribuída proporcionalmente entre mandioca seca e hidratada.

Em seguida mostrou-me um artefato denominado prensa, que recebia uma porção de mandioca triturada (polpa), dentro de uma saca para açúcar vazia, idêntica a usada para conduzir a mandioca para ser prensada, com objetivo de desidratá-la e formar uma porção de massa. Essa porção seria deslocada para uma bacia de madeira (bacia da massa), em 1,5 latas de ferro para tinta vazia com capacidade para 18 litros, com objetivo de ser peneirada em uma peneira de aço. Posteriormente a parte coada ser levada para ser torrada no forno, após terminar a primeira remessa. Assim que a prensa esvaziou, a terceira e última porção de mandioca triturada foi transportada da cevadeira para a prensa.

2 Uma braçada é a quantidade de lenha que pode ser envolvida pelos braços e conduzida de um local a outro.

Dessa forma, quando a massa ficou toda torrada (conclusão da fornada) foi a vez da farinha ser peneirada (na mesma peneira usada para a massa) em uma bacia (bacia da farinha), para que a parte peneirada, após esfriar, fosse conduzida em sacos plásticos com capacidade para 30 quilos até o comércio. Os sacos plásticos de 30kg são enchidos com as latas para tinta de 18 litros, totalizando 5 latas para 2,5 sacos. O resíduo da massa peneirada, denominada crueira, é destinado para o preparo de mingau, já o resíduo da farinha peneirada é destinado ao alimento de porcos.

Em seguida, identifiquei os seguintes artefatos, e as seguintes grandezas relacionadas a um dia de produção de farinha de mandioca na posse São Pedro.

Cevada => Estrutura composta por um motor e uma serra (catitu), na qual a mandioca é triturada.

Prensa => Estrutura composta por um tanque no qual a polpa de mandioca é espremida por um tronco de árvore em forma de cilindro curto, este tronco é pressionado por uma alavanca de tronco de madeira em forma de cilindro longo.

Forno => Estrutura composta por uma chapa de metal ou cobre, utilizada para escaldar e torrar a massa de mandioca, que se torna farinha.

Peneira => Artefato utilizada tanto para peneirar a polpa de mandioca, como para peneirar a farinha produzida.

Bacias de madeira => Uma utilizada para colocar a polpa de mandioca antes de ir ao forno e outra para colocar a farinha após seu preparo e peneiração.

Camburões => Artefatos de plástico utilizados para colocar a água para amolecer a mandioca em seu interior.

Sacas de açúcar vazias = > Artefatos de fibra utilizados para colocar a polpa que vai à prensa e para conduzir a mandioca da roça à casa de farinha.

Lata de tinta vazia de 18 kg => Artefato utilizado para conduzir a massa de mandioca e colocar a farinha em saco plástico.

Saco plástico de 60 kg => Artefato utilizado para conduzir a farinha até o comércio.

Prato dosador = > Utilizado para conduzir a massa da bacia até o forno em pequenas quantidades intermitentemente.

Rodo de madeira => Utilizada para mexer a massa até se tornar em farinha.

Grandezas e quantidades:

F => fornadas de farinha. Ocorrência de 3 por dia, cada uma com duração de 80 minutos.

M => sacas de açúcar com mandioca colhida na roça, 5 unidades.

M_s => sacas de açúcar com mandioca seca, 3 unidades.

M_h => sacas de açúcar com mandioca a hidratar, 2 unidades.

T => tempo para a colheita da mandioca em minutos, 120 minutos.

R => tempo para a raspagem da mandioca em minutos, de 180 a 240 minutos.

M_m => tempo que a mandioca é posta de molho em minutos, de 2880 a 4320 minutos.

V => vasilhame em forma de prato com massa, necessidade de 3 medidas por cada percepção.

P => percepção do momento de colocar massa no forno, 1 a cada 3 minutos.

L => lenha para um dia de produção de farinha, de acordo com a quantidade de braçadas.

B => braçada de lenha, necessidade de 2 a 3 para aquecer o forno.

S => saca de açúcar vazia com polpa a ser desidratada, 1 para cada fornada.

t => tempo em minutos, varia de acordo com as atividades.

C => lata de tinta de 18 litros vazia com farinha, 5 unidades para cada fornada.

N => lata de tinta de 18 litros vazia com massa, transportada 1,5 da prensa à bacia.

D => saco plástico de 30 kg com farinha, 2,5 sacos necessários para as 5 latas de 18 litros.

Assim, construímos os seguintes modelos baseados em conhecimentos escolares:

$V = 3.P$ (cada percepção exige 3 pratos de massa).

$B = 3.L$ (cada dia de produção de farinha exige 3 braçadas de lenha).

$t = 80.F$ (cada fornada consome um tempo de 80 minutos).

$5.F = 3.M \Leftrightarrow F = 0,6.M$ (as 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça possibilitam 3 fornadas de farinha).

$T = 24.M$ (as 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça consomem 120 minutos de tempo para a colheita).

$2.M_s = 3.M_h \Leftrightarrow M_h = 0,67.M_s$ (das 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça, 3 permanecem secas e 2 são hidratadas).

$R = [36.M, 48.M]$ (as 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça consomem de 180 a 240 minutos de tempo para a raspagem).

$M_m = [2880, 4320]$ (o tempo que a mandioca colhida na roça deve ser deixada de molho em minutos é fixo, porém arbitrário no intervalo dado).

$N = 2,5.S$ (cada saca de açúcar vazia com polpa a ser desidratada fornece 2,5 latas de tinta de 18 litros vazia com massa).

$N = 1,5.F$ (cada fornada exige 1,5 latas de tinta de 18 litros vazia com massa).

$5.F = 3.C \Leftrightarrow F = 0,6.C$ (as 3 fornadas produzem 5 latas de tinta de 18 litros vazia com farinha).

$C = 2.D$ (cada saco de 30 kg com farinha é preenchido com 2 latas de tinta de 18 litros vazia com farinha).

Para a construção dos modelos, partimos da hipótese de proporcionalidade entre as grandezas relacionadas. Como queríamos chegar à igualdade entre as quantidades das grandezas, para caracterizar uma equação, calculamos o menor múltiplo comum das quantidades, que relacionam duas grandezas determinadas.

Multiplicamos, consecutivamente, uma representação de cada uma das duas grandezas identificadas, pelo fator determinado pela divisão do menor múltiplo comum, calculado anteriormente pela quantidade da respectiva grandeza. Finalmente, igualamos as duas representações modificadas e chegamos ao modelo, o qual pode sofrer alguns ajustes para uma representação mais estética das funções obtidas.

4 CONSIDERAÇÕES

O ensino tradicional de Matemática, que se faz presente na maioria de nossas escolas, é fundamentado necessária e suficientemente pelas informações e exercícios dos livros-texto de Matemática. A utilização de outros materiais didáticos é apenas para complementação das atividades. Dessa forma, o ensino inibe o exercício da criatividade concernente ao desenvolvimento de competências matemáticas, por parte dos estudantes para tomadas de decisões em situações da vida cotidiana.

É na vida cotidiana que devemos focar se pretendemos utilizar a Matemática no desenvolvimento da identidade social do aluno, no que diz respeito às responsabilidades sociais. É da vida cotidiana que são recortadas as situações-problema, que servem aos professores como fonte estimulante para a proposta de tarefas aos alunos, que mobilizem recursos, ativem esquemas e possibilitem tomadas de decisões quando estiverem diante de conflitos.

A Educação Matemática tem se envolvido na busca de respostas alternativas ao uso exclusivo do ensino tradicional. Dentre as diversas tendências existentes nos dias atuais, temos a Modelagem Matemática como linha de pesquisa, que atende às perspectivas discutidas nos parágrafos anteriores. A Modelagem Matemática trata de atividades educacionais que iniciam com a escolha de um tema. Esse tema permite a estruturação de um problema não matemático. Para isso, o tema deve ser de interesse do estudante e representar situações que permitam coleta de dados. Em seguida a estrutura do problema não matemático, executamos o processo de matematização, que culmina com a formação de símbolos matemáticos, os quais permitem a estruturação de um problema matemático. Finalmente, construímos um modelo matemático por intermédio de síntese desses símbolos matemáticos.

Um modelo matemático representa aspectos da realidade, na forma de linguagem matemática. Ele torna-se parte da realidade social, um discurso que possibilita a interação entre Matemática e poder. Por isso, o ensino tradicional pode assumir a função de excludente político-social. Assim, concomitante ao ensino, tratamos a Modelagem Matemática sob o olhar de uma Educação Matemática Crítica. Neste contexto, a educação deve engajar-se no processo político, por intermédio da preocupação com a democracia no sentido de um modo de vida, de negociação e formas de ação em grupo e em comunidade, para a formação do indivíduo crítico e reflexivo. Para isso apoderamo-nos da teoria da Etnomodelagem, que busca estudar os fenômenos matemáticos, desenvolvidos por membros de um grupo cultural específico. Esses grupos desejam organizar e apresentar suas práticas matemáticas, a fim de facilitar a sua comunicação e difusão através das gerações.

A partir da consideração da Modelagem Matemática na Educação e da Teoria da Etnomodelagem, nos empenhamos em uma investigação como parte de nossa tese de doutorado, em Ensino de Matemática e Ciências no Instituto de Ensino em Matemática e Ciências, da Universidade Federal do Pará. Mas neste artigo, apresentamos uma parte desenvolvida de nosso trabalho, que consiste na descrição de artefatos, grandezas e medidas identificadas em atividades de produção de farinha de mandioca em uma casa de farinha, localizada na zona rural do município de Breves, no arquipélago do Marajó, no estado do Pará, e concluímos com a construção de etnomodelos escolares a partir desses dados.

Executamos uma pesquisa qualitativa do tipo participativa e de campo. Utilizamos como técnica de coleta de dados a observação das atividades, na produção de farinha na casa de farinha e entrevista com os dois produtores de farinha na localidade. Assim, identificamos os seguintes artefatos, grandezas e quantidades relacionadas a um dia de produção de farinha de mandioca, na casa de farinha situada na posse São Pedro, no município de Breves, e construímos os consequentes etnomodelos:

Artefatos: cevada, prensa, forno, peneira, bacias de madeira, camburões, sacas de açúcar vazias, lata de tinta vazia de 18 kg, saco plástico de 60 kg, prato dosador e rodo de madeira.

Grandezas e quantidades: $F \Rightarrow$ Fornadas de farinha (ocorrência de 3 por dia, cada uma com duração de 80 minutos); $M \Rightarrow$ sacas de açúcar com mandioca colhida na roça (5 unidades); $M_s \Rightarrow$ sacas de açúcar com mandioca seca (3 unidades); $M_h \Rightarrow$ sacas de açúcar com mandioca a hidratar (2 unidades); $T \Rightarrow$ tempo para a colheita da mandioca em minutos (120 minutos); $R \Rightarrow$ tempo para a raspagem da mandioca em minutos (de 180 a 240 minutos); $M_m \Rightarrow$ tempo que a mandioca é posta de molho em minutos (de 2880 a 4320 minutos); $V \Rightarrow$ vasilhame em forma de prato com massa (necessidade de 3 medidas por cada percepção); $P \Rightarrow$ percepção do momento de colocar massa no forno (1 a cada 3 minutos); $L \Rightarrow$ lenha para um dia de produção de farinha (de acordo com a quantidade de braçadas); $B \Rightarrow$ braçada de lenha (necessidade de 2 a 3 para aquecer o forno); $S \Rightarrow$ saca de açúcar vazia com polpa a ser desidratada (1 para cada fornada); $t \Rightarrow$ tempo em minutos (varia de acordo com as atividades); $C \Rightarrow$ lata de tinta de 18 litros vazia com farinha (5 unidades para cada fornada); $N \Rightarrow$ lata de tinta de 18 litros vazia com massa (transportada 1,5 da prensa a bacia); $D \Rightarrow$ saco plástico de 30 kg com farinha (2,5 sacos necessários para as 5 latas de 18 litros).

Etnomodelos: $V = 3.P$ (cada percepção exige 3 pratos de massa); $B = 3.L$ (cada dia de produção de farinha exige 3 braçadas de lenha); $t = 80.F$ (cada fornada consome um tempo de 80 minutos); $5.F = 3.M \Leftrightarrow F = 0,6.M$ (as 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça possibilitam 3 fornadas de farinha); $T = 24.M$ (as 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça consomem 120 minutos de tempo para a colheita); $2.M_s = 3.M_h \Leftrightarrow M_h = 0,67.M_s$ (das 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça, 3 permanecem secas e 2 são hidratadas); $R = [36.M, 48.M]$ (as 5 sacas de açúcar com mandioca colhida na roça consomem de 180 a 240 minutos de tempo para a raspagem); $M_m = [2880, 4320]$ (o tempo que a mandioca colhida na roça deve ser deixada de molho em minutos é fixo, porém arbitrário no intervalo dado); $N = 2,5.S$ (cada saca de açúcar vazia com polpa a ser desidratada fornece 2,5 latas de tinta de 18 litros vazia com massa); $N = 1,5.F$ (cada fornada exige 1,5 latas de tinta de 18 litros vazia com massa); $5.F = 3.C \Leftrightarrow F = 0,6.C$ (as 3 fornadas produzem 5 latas de tinta de 18 litros vazia com farinha); $C = 2.D$ (cada saco de 30 kg com farinha é preenchido com 2 latas de tinta de 18 litros vazia com farinha).

Na casa de farinha ocorre o processo de produção de farinha de mandioca em torno dos artefatos, das grandezas e quantidades, mediante as práticas socioculturais executadas pelos trabalhadores na localidade. Dessa forma, a casa de farinha pode representar uma situação-problema, que possibilita a emergência de saberes matemáticos, enraizados por intermédio de um processo de modelagem matemática. Esses saberes em uma perspectiva êmica manifestam-se verbalmente, dispensando a atividade de matematização.

Em uma perspectiva ética, o conteúdo matemático solicitado foi a definição de razão. Finalmente, na perspectiva dialógica, os saberes manifestaram-se na forma de etnomodelos escolares, a partir das práticas de produção de farinha. Esses resultados têm o potencial de servirem como sinalizações curriculares ao processo de ensino e aprendizagem por meio da modelagem matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina pessoa da (orgs.). **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. REUNIÃO ANUAL DA ANPED. **Anais...** Caxambu, 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

_____. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

CANEDO JR, Neil da Rocha; KISTEMANN JR, Marco Aurélio. A Modelagem Matemática no contexto do ensino fundamental: uma experiência vivida com alunos do oitavo ano. In: ALENCAR, Edvoneete Souza; BUENO, Simone (orgs.). **Modelagem Matemática e inclusão**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

CARNEIRO, Washington Santos. **Práticas socioculturais no contexto da produção de cacau sob a ótica da Etnomodelagem**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba-PR, 2016.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010.

MACEDO, Lino de. Situação-problema: forma e recurso de avaliação, desenvolvimento de competências e aprendizagem escolar. In: PERRENOUD, Philippe et al. **As competências para ensinar no século XXI: A formação dos professores e o desafio da avaliação**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

RADFORD, Luis. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. **Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

SILVA, Kátia Augusta Curado Pinheiro Cordeiro da. Professores em início de carreira: as dificuldades e descobertas do trabalho docente no cotidiano da escola. REUNIÃO NACIONAL DA ANPED. **Anais...** São Luís, 2017.

SILVEIRA, E. **Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica: Incerteza, Matemática, responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008 (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

VILELA, Denise Silva. **Usos e jogos de linguagem na matemática**: diálogo entre Filosofia e Educação Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2013.



CAPÍTULO 8

ATIVIDADES DE MODELAGEM E A CONTRIBUIÇÃO DA NEUROPLASTICIDADE EM UM AMBIENTE COM A MODELAGEM MATEMÁTICA

Edilene Farias Rozal¹

Layane Caroline Silva Lima Braun²

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.8

¹ Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). Professora da Faculdade de Matemática – UFPA Bragança (FAMAT/CBRAG/UFPA). E-mail: lenesfarias@yahoo.com.br.

² Graduada em Licenciatura em Matemática. E-mail: layanecaroline24@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar a neuroplasticidade, através de habilidades matemáticas com base em elementos da aprendizagem cognitiva (atenção, percepção, concentração, memória da base, ambiente, raciocínio lógico e emoções), como proposta em um ambiente de Modelagem Matemática, possibilitando compreender melhor o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Metodologicamente utilizamos a abordagem da pesquisa qualitativa. As atividades de Modelagem analisadas neste trabalho foram realizadas em uma dissertação de mestrado, Modelagem Matemática e os temas transversais na Educação de Jovens e Adultos, de Rozal (2007), em uma turma de 38 alunos do 2º turno da Educação de Jovens e Adultos, em uma escola pública estadual, no município de Castanhal, Pará. Para a coleta dos dados utilizamos como instrumento duas atividades de Modelagem, tendo como participação 38 estudantes da EJA. Quanto à análise dos dados, quantificamos as respostas dadas pelos discentes em forma de gráfico e fizemos uma análise de conteúdo, entre as respostas e as habilidades cognitivas voltadas para a Matemática. Os resultados apontaram que nas duas atividades realizadas os estudantes apresentaram falta de habilidades matemáticas. Portanto, ficou claro que cada estudante possui o raciocínio lógico matemático diferenciado. Outro fator pertinente foi a falta da memória de base, pois a maioria dos estudantes não lembrava dos conteúdos estudados nos anos anteriores. Ainda sobre o fator emoção, a maioria dos estudantes em alguns momentos perdia a atenção e concentração rapidamente, por causa do descontrole emocional aparente, e causado pelo bloqueio matemático. Ao analisarmos a contribuição da neuroplasticidade para o ensino e aprendizagem de Matemática, percebemos que ela pode possibilitar compreender os fenômenos cognitivos e fisiológicos para despertar o interesse e desenvolver o processo de aprendizagem do discente em Matemática, valorizando e aprimorando as habilidades matemáticas, sendo esta área uma possibilidade de aprendizagem em Matemática a ser utilizada em um ambiente de Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Neuroplasticidade; Aprendizagem em Matemática; Motivação; Modelagem Matemática; Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é analisar a neuroplasticidade através de habilidades matemáticas, com base em elementos da aprendizagem cognitiva (atenção, percepção, concentração, memória da base, ambiente, raciocínio lógico e emoções), em um

ambiente de Modelagem Matemática, possibilitando compreender melhor o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

A importância da Neuroplasticidade para a Modelagem pode se dar a partir do ambiente favorável que a Modelagem pode proporcionar para o ensino de Matemática. Na Modelagem, o ambiente gerado na sala de aula pode provocar alterações nas conexões sinápticas do aluno, o que possibilitaria uma aprendizagem melhor, pois as novas sinapses seriam adquiridas pelas sensações e estímulos adquiridos a partir da metodologia e/ou estratégia utilizada na sala de aula pelo professor.

Para que isso ocorra, o sujeito precisa ser motivado a envolver-se emocionalmente. A respeito dessa questão, Salla (2012) menciona que:

A escola deve ser um espaço que motive e não somente que se ocupe em transmitir conteúdos. Para que isso ocorra, o professor precisa propor atividades que os alunos tenham condições de realizar e que despertem a curiosidade deles e os faça avançar. É necessário levá-los a enfrentar desafios, a fazer perguntas e procurar respostas. (SALLA, 2012, p.52).

Despertar a curiosidade é importante para que o estudante pense, faça comparações, analise e questione conceitos e conteúdos matemáticos no objetivo de avançar matematicamente sua aprendizagem.

Atividades que testam o raciocínio e a atenção do aluno são importantes na sala de aula, porque além de sair do tradicional elas acabam instigando os alunos para o pensar, raciocinar e observar o que está sendo proposto na atividade. Algumas vezes, por chamarem atenção, acabam conquistando o aluno para o contexto de uma aula de Matemática mais produtiva.

Em relação à Matemática, já que esta disciplina não é bem aceita pelos alunos, é que pensamos que novas descobertas a partir dos estudos da Neuroplasticidade contribuiriam para o melhor desenvolvimento matemático dos alunos, até porque muitas vezes não compreendemos porque os alunos acabam tendo aquele “branco” na hora da prova. Com base nestes pressupostos, no objetivo de aprofundarmos os estudos e testes de raciocínio, através de explicações científicas da Neuroplasticidade, utilizando tais experiências em um ambiente de Modelagem Matemática, talvez pudéssemos ter estas respostas.

As instituições de ensino são lugares para instruir-se, não só como constituição do particular, mas ao mesmo tempo sobre o coletivo, debates e o processo cultural, contudo para que aja aprendizado o educando terá que adquirir novas informações (GROSSI et al., 2014). Portanto, o professor deve ser o mediador dos novos conhecimentos e necessita procurar estratégias e mecanismos para a construção do

conhecimento, e até mesmo se aliar a novas pesquisas para alcançar objetivos em sala de aula (BRAUN, 2020, p.12).

Os testes de raciocínio acabam fazendo com que o aluno volte sua atenção para o comando de uma questão. Isto pode ser um ótimo exercício da Neuroplasticidade, envolvendo habilidades cognitivas e matemática na sala de aula. Esses testes também podem servir de estímulo para a aprendizagem em Matemática, pois elas geralmente motivam os alunos para a ação do querer fazer a atividade, sendo atraídos pelo desejo da curiosidade, que faz com que os educandos queiram fazer a atividade, no objetivo de observarem até seu desempenho pessoal.

O estudo da Neuroplasticidade, as funcionalidades do cérebro e análises sobre o meio que o educando pertence, é fundamental para o ensino e aprendizagem em Matemática. Grossi et al. (2014) corroboram que análises atuais sobre a neurociência na área educacional apresentam grande crescimento e alastram-se por vários campos do processo educacional. Devido às dificuldades encontradas em sala de aula, no processo de aprendizagem, a neurociência, especificamente a neuroplasticidade, com o avanço da globalização vão desvendando os mistérios do cérebro humano e beneficiando o processo educacional. (BRAUN, 2020, p.12).

2 NEUROPLASTICIDADE E EDUCAÇÃO

Atualmente, devido aos avanços da neurociência, de forma específica sobre a neuroplasticidade ou plasticidade neural, aos poucos vem se esclarecendo sobre o processo de aprendizagem na área educacional por meio da estimulação cognitiva. Segundo Ribeiro e Freitas (2019, p. 9), a educação tradicional está implementada em programas que apenas buscam desenvolver capacidades e aptidões tradicionais, sendo que não estão preparados para lidar com situações adquiridas de forma espontânea. Entretanto, os discentes não conhecem os processos neurocognitivos que são necessários para a aprendizagem.

As autoras ainda corroboram, que o processo da aprendizagem abrange um grupo de funções cognitivas extremamente complexas, que se encontram em processo de evolução, “o que caracteriza educação formal como um mecanismo bidirecional no qual a estimulação gera melhor desempenho neurocognitivo que demanda mais estímulos” (RIBEIRO E FREITAS, 2019, p.9).

Assim, o cérebro humano tem a capacidade de se reestruturar, organizar e molda-se diante de incentivos do meio ambiente, em que se encontra ou por precisão, e como consequência, modificam-se funções, habilidades químicas, e sua or-

ganização podendo ser transitória ou inalterável (OLIVEIRA, 2011). As habilidades químicas referem-se à quantidade dos neurotransmissores e os tipos produzidos a partir de situações ocorridas no ambiente. Esse processo caracterizado por Oliveira é o processo de Neuroplasticidade ou Plasticidade Neural, que ocorre em todo o ciclo de vida. Devido a este processo, Consenza e Guerra (2011, p. 27) afirmam que “não existem dois cérebros iguais, mas podemos afirmar que todos temos vias motoras e sensoriais que seguem o mesmo padrão”. Todos os seres humanos são seres subjetivos, têm os mesmos órgãos, com as mesmas funções, mas não convivem no mesmo ambiente e não compartilham as mesmas situações, pois é o meio que muda o ser humano.

O que torna os cérebros diferentes é o fato de que os detalhes de como os neurônios se interligam vão seguir uma história própria. É como uma cidade planejada, que à medida que vai sendo construída vai adquirindo características próprias, podendo ocorrer, inclusive, algumas mudanças no plano original. A história de vida de cada um constrói, desfaz e reorganiza permanentemente as conexões sinápticas entre os bilhões de neurônios. (CONSENZA e GUERRA, 2011, p. 28).

Para que ocorra o aprimoramento das habilidades cognitivas é necessário haver intensidade dos estímulos ocorridos no cérebro, recebidos no ciclo de vida do indivíduo (MARQUES, 2016). As conexões sinápticas ocorrem de maneira diferente em cada ser humano. A história de vida e o planejamento individualizado fazem com que o ser humano tenha características neurológicas próprias.

Para Blakemore e Frith (2007), cognição é tudo aquilo que tenha referência com a esfera mental, a qual engloba pensamento, memória, atenção, aprendizagem, atitudes mentais e emoções. Nesse sentido, processos cognitivos são os requeridos para a elaboração do conhecimento e aquisição de novos comportamentos acabam sendo complexa, pois implica em um conjunto de estruturas as quais percebe, filtra, organiza, modela, compreende, significa e expressa informações e dados provenientes do meio.

A partir do meio, a pessoa capta sensações e percepções a todo instante, que geram na mente ideias, imaginações e modelos. Quando se compreende e se entende estas percepções, algumas delas transformam-se em significado, modelos elaborados, portanto, conhecimento. A todo instante as pessoas recebem informações pelos órgãos dos sentidos, é necessário que a mente selecione o que é significativo de fato, para então compreender e transformar em conhecimento (MADRUGA, 2016).

Segundo Ribeiro e Freitas (2019, p. 9), “o cérebro em desenvolvimento recebe estimulação complexa e sistemática no ambiente escolar, que aprimora as funções cognitivas dentro de um mecanismo de retroalimentação”. Assim, com a estimula-

ção cognitiva correta no ambiente escolar, os discentes poderão ampliar suas habilidades em propor soluções construtivas com relação a situações problema, mas a estimulação cognitiva também deverá ser adequada ao nível de desenvolvimento cognitivo do educando, pois cada fase do ciclo de vida humano tem os “períodos em que determinadas aprendizagens ocorram de forma ideal” (COSENZA; GUERRA, 2011, p. 35).

Para os referidos autores, o processo de aprendizagem é decorrência do acesso facilitado dos conhecimentos no decorrer das sinapses. Deste modo a aprendizagem é a edificação, conservação e renovação de um circuito neural (RIBEIRO; FREITAS, 2019).

Todo ser humano tem a capacidade de aprender e moldar seu sistema cognitivo, conforme relações com o meio. Sabendo desta premissa, é válido ressaltar a importância de compreender o funcionamento do cérebro no meio educacional, pois será uma vantagem, principalmente para os professores. Os usos de constructos teóricos e “didático-pedagógicos sob uma nova perspectiva de educação viabilizam a reconstrução das práticas educativas docentes, além de ajudar a compreender como acontece o processo ensino-aprendizagem dos alunos” (MORALES, 2011).

Morales (2011, p. 2) ainda ressalta que:

A precariedade dos saberes sobre o funcionamento básico do cérebro, bem como a falta de utilização dos seus vastos recursos na educação, faz com que seja permanente a inclusão deste tema interdisciplinar na formação científica do professor, buscando a relação entre a neuroplasticidade e os processos de aprendizado, com a finalidade de instrumentalizar o educador.

O docente tem o papel de mediar entre o conhecimento científico e os conhecimentos prévios dos alunos em sala de aula, além de realizar as adaptações conforme as limitações e capacidades dos discentes, percebidas no ambiente em que está envolvido e adequá-las à disciplina que está trabalhando, de forma específica à Matemática. Podendo assim colaborar para o desempenho em sala de aula, diante de um aprendizado tradicional e planejado, contribui para os docentes novas alternativas para aperfeiçoarem suas metodologia e didática (MARQUES, 2016).

Oliveira (2011, p. 64) adiciona que “maximizar a aprendizagem, aprender melhor, aprender a aprender, compreender como o ser humano aprende, são temas que nos remetem ao professor, à sua formação acadêmica inicial e continuada, capacitando-o para o papel essencial na Educação”. Pela necessidade em sala de aula hoje, não é suficiente somente possuir domínio sobre os conteúdos que o docente irá ministrar, pois o processo de ensino e aprendizagem não será eficaz, mas adquirir

conhecimentos e métodos didáticos apropriados para o andamento de construtos teóricos da turma é efetivo. “É necessário que o docente adquira alguns saberes que ajudem a compreender as dificuldades apresentadas pelo aluno, buscando mediações que levem ao sucesso deste” (MARQUES, 2016, p. 150).

A aprendizagem e o ensino de Matemática estão atrelados à neuroplasticidade do cérebro, advinda de situações do cotidiano, o ambiente e a emoção. É importante que se possa identificar quais habilidades cognitivas que o aluno possui e quais devem ser “aperfeiçoadas para a realização dos processos matemáticos, como os cálculos, interpretação de problemas e a solução de problemas do próprio cotidiano, tornando-se assim um ambiente agradável e favorável ao ensino e aprendizagem de Matemática” (BRAUN, 2020, p.37).

“Quando se discorre sobre a contribuição da neuroplasticidade para o processo de aprendizagem, podemos destacar alguns fatores cognitivos envolvidos no processo de aprendizagem” (Ibidem, p.37), no qual sendo desenvolvidos em sala de aula de forma adequada, poderão proporcionar bons resultados ao professor que ministra a disciplina de Matemática. Destacamos algumas das habilidades: **Atenção, Percepção, Motivação, Concentração, Memória da Base, Ambiente, Raciocínio Lógico** e as **Emoções**.

3 A MATEMÁTICA E AS FORMAS DE ENSINAR NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ensino de Matemática vem passando por sucessivas reconstruções ao longo dos anos, surgindo de necessidades vistas em sala de aula. Mesmo com muitos docentes compromissados com a educação não está sendo suficiente, principalmente com a Disciplina Matemática. Ainda continua evidente em muitas escolas os métodos tradicionais de ensino, em que se valorizam as provas, o processo de memorização, aprisionados a rotinas que não satisfazem as perspectivas e desejos dos alunos. Estes estudantes já estão acostumados, desde o ensino infantil ao ensino médio, apenas a repetir o que está no quadro e o que o docente expõe em sala, para assim resolver os exercícios e as avaliações bimestrais.

Uma vez, contudo, alterando alguma característica do exercício, o aluno nos apresenta erros impensados, então se percebe que o aluno aparentemente não aprendeu o conteúdo. Com isso, ao observar os erros dele, podemos entender, a forma e o entendimento tomado para a resolução da atividade e avaliação. Assim, segundo Pinto (2004), o erro ocasionado pelo discente é de grande importância e deve ser analisado, principalmente para a questão avaliativa. Devemos olhar não

como deficiência ou falha, mas como um elemento de correspondência ao processo do conhecimento. A autora ainda corrobora que o erro deve ser primeiro um processo de reflexão para o docente, para que possa ser realmente um elemento de reflexão para o discente, e não ser visto como um erro, mas necessário para o processo de construção do conhecimento matemático.

De tal modo, cabe ao docente utilizar mecanismos didáticos, “capazes de atrair a atenção, despertar o interesse, estimular o ensino, mostrando a utilidade dos conceitos matemáticos em uma relação teoria x prática” (LUIZ; COL, 2013, p. 01). Portanto, com a necessidade de remodelagens no ensino de matemática e no significado da aprendizagem aos discentes, surgiu a Educação Matemática.

Segundo Fiorentini (1994, p. 97):

“[...] delimitaremos a Educação Matemática como área de saber que procura de modo sistemático e consistente investigar problemas ou responder indagações relativas ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como, à formação de professores, ao contexto escolar, cultural e sociopolítico em que ocorre a prática pedagógica”.

Para que o ensino de Matemática ocorra é necessário estar relacionado a outras áreas do conhecimento, além de levar em consideração o saber empírico e o ambiente em que o aluno está inserido, favorecendo um ambiente motivacional e adequado à aprendizagem. Devido à abrangência da Matemática em outras áreas, pode-se desenvolver vários temas e situações problemas em sala de aula e aulas de campo, sendo estas adequadas a cada etapa de desenvolvimento do aluno e série. Com isso, dentro da Educação Matemática surgem as tendências para o ensino, como a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, os Jogos Matemáticos, História da Matemática, Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) e a Investigação Matemática.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Na pesquisa acadêmica, encontram-se várias acepções de Modelagem Matemática, partindo de análises da Educação Matemática: estratégia de ensino, metodologia de obtenção de estratégias matemáticas, enfoque pedagógico, método de ensino, envolvimento com o processo de modelagem, e outras definições (SOUZA; LUNA, 2014).

No decorrer do processo com a Modelagem na Educação, muitas construções são feitas pelos estudantes e são estabelecidas relações entre o ensino e aprendizagem, tomando como base a perspectiva de Burak (1992,), que assume uma visão

cognitivista e uma concepção de Educação Matemática em que o ensino e a aprendizagem são contemplados em uma perspectiva mais ampla.

De acordo com a concepção de Klüber e Burak (2008, p.25) os autores defendem que:

A modelagem na escola não deve ter os mesmos parâmetros da modelagem experimental; nesta, os pesquisadores possuem um grande ferramental matemático para a resolução dos mais diferentes problemas. Os problemas que surgem na escola nem sempre ensejam problemas que possam ser modelados com a mesma intensidade das ciências naturais ou modelados matematicamente no sentido literal, muitas vezes os primeiros problemas requerem interpretações bem mais simples, contudo não menos significativas, pois essas podem conferir um outro significado e ordem aos conteúdos programáticos do currículo.

“Na expectativa da aprendizagem de conteúdos matemáticos, penso que o processo com a Modelagem visando este objetivo seja relevante para a Educação Básica”. Portanto, por mais que o professor comece fazer Modelagem de forma bem tímida, o “importante é que ele inicie a experiência para ganhar segurança no processo e passar segurança aos estudantes sobre os benefícios desta metodologia na sala de aula” (ROZAL et al. 2017, p. 14).

Muitas são as vantagens que a Modelagem pode trazer para o ensino e aprendizagem e sua aplicação na sala de aula. Já existem inúmeros trabalhos e pesquisas publicados sobre esta tendência, mas ainda há muito que ser investigado. O campo está crescendo e observamos em eventos, minicursos, pesquisas realizadas e publicadas e materiais didáticos, que os professores estão realmente interessados em saber os benefícios que a Modelagem pode trazer para a aprendizagem. (ROZAL, 2007).

Braun, Silva e Batista (2018) corroboram que a Modelagem Matemática não desenvolve somente o ensino e aprendizagem na área da Matemática, mas evidencia que o elemento abstrato demonstrado pelo método tradicional de ensino é transformado em situações concretas, por meio da Modelagem advinda das informações adquiridas, e assim como efeito, o aluno passa a interagir de forma crítica no meio em que vive.

As autoras ainda evidenciam, que devido à disciplina Matemática possuir um alto nível de abstração, é de grande valia acrescentar a Modelagem Matemática em sala de aula, sendo uma facilitadora na compreensão dos conteúdos ministrados, além de desenvolver o raciocínio do aluno, como a atenção, e fazendo com que se dediquem, nascendo o lado pesquisador e crítico.

5 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A ciência é assinalada como uma busca incessante pela “verdade”, da qual existe um processo sistemático de erros e correções, predominantemente racional (VERGARA, 2009). Para atender ao objetivo dessa pesquisa, quanto à natureza, é caracterizada como descritiva, pois, segundo Vergara (2009, p.42) “pesquisa descritiva expõe características de determinada população ou determinado fenômeno”. Quanto à abordagem de pesquisa é classificada como pesquisa qualitativa e quantitativa (SILVA; MENEZES, 2005).

Durante esse processo foram consultadas várias fontes de informações sobre o assunto abordado, tais como livros, periódicos, artigos, dissertações e teses. Recorreu-se à base de dados de universidades e entidades de pesquisa, caracterizando-se as pesquisas bibliográficas. Segundo Lakatos e Marconi (2003, p.183), “a pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., [...]”.

Outro método de pesquisa empregado é a pesquisa de campo que, segundo Vergara (2009, p.43) “é investigação empírica realizada no local onde ocorre ou ocorreu um fenômeno ou que dispõe de elementos para explicá-los”.

As atividades de Modelagem analisadas neste trabalho foram realizadas em uma dissertação de mestrado, Modelagem Matemática e os temas transversais na Educação de Jovens e Adultos, de Rozal (2007), em uma turma de 38 alunos, do 2º turno da Educação de Jovens e Adultos, em uma escola pública estadual no município de Castanhal, Pará.

Foram analisadas nas atividades de Modelagem as habilidades matemáticas a: *Atenção, Percepção, Motivação, Concentração, Memória da Base, Ambiente, Raciocínio Lógico e as Emoções*, tendo como finalidade discorrer sobre a contribuição da neuroplasticidade no ensino e aprendizagem do aluno, para melhor compreensão do processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

A técnica de análise de dados deu-se por meio da análise de conteúdo da Bardin (2011) à luz da teoria que compõe o escopo da pesquisa. No qual conceitua análise de conteúdo como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos

relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2011, p. 48).

Foram realizadas as inferências sobre os dados obtidos na pesquisa, por processo interpretativo. Segundo Bardin (2011, p. 44), “a intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não)”.

5.1 Análise dos Resultados

Atividade 01: O perigo da obesidade



A primeira atividade desenvolvida na turma foi sobre o tema obesidade, em que especificamente levou os alunos a executarem o cálculo de seu Índice de Massa Corporal (IMC)¹. Esta atividade teve como objetivo mostrar para os alunos a necessidade deles saberem multiplicar e dividir, para que compreendessem se estavam ou não obesos. Com base nas observações e nos depoimentos observados nos questionários, detectamos que os alunos tinham certa dificuldade em compreender e trabalhar com as quatro operações fundamentais, adição, subtração, multiplicação e divisão. Foram observadas dificuldades na aprendizagem das operações fundamentais, tanto na atividade 01 como na atividade 02.

Para o início desta atividade, precisamos antes pesar os alunos e medi-los. Para fazer esta tarefa escolhemos quatro alunos, para ajudar a professora na coleta e organização dos dados para então, iniciarmos a atividade. Destes quatro alunos, dois ajudaram a medir os estudantes, um aluno anotava a altura e o outro aluno anotava o peso. Cada aluno, também anotou os seus dados, para que não houvesse esquecimento no momento da aplicação da atividade.

Nas etapas do processo com a Modelagem, é preciso ser feita a escolha de um tema, que pode ser pelo professor ou pelos alunos, cujo objetivo é motivar os alunos para a resolução de problemas e, posteriormente para a discussão e a validação do modelo matemático.

É necessário antes de tudo preparar os alunos, através de atividades com temas que estejam no contexto destes e também acreditamos ser necessário prepará-los para as descobertas e as aprendizagens, que o cotidiano pode oferecer. Este é o primeiro passo para a proposta de Modelagem, inserir os alunos em atividades

¹ A fórmula na lei matemática é o valor do peso (massa) dividido pelo quadrado da altura (peso/altura x altura).

diferentes das que eram feitas no ensino tradicional. Nesta atividade, o modelo matemático criado pelos alunos foi uma tabela com o IMC de cada aluno da turma.

A atividade sobre a *obesidade* despertou nos alunos o interesse em querer aprender a multiplicar e dividir, possibilitando características da motivação intrínseca no cálculo do IMC individual de cada aluno.

Cosenza e Guerra (2011), em estudos, relatam que o ser humano precisa sentir-se confortável e feliz para despertar a motivação, conforme os depoimentos abaixo:

Robson: *Agora me interessei em aprender a multiplicar e dividir, porque só assim irei calcular o meu IMC e de todos de minha casa.*

Valéria: *Com esta atividade aprendemos que não é difícil fazer contas de dividir, basta querer.*

Osvaldo: *Agora que aprendi a dividir, não vou usar mais a calculadora, pois os cálculos que fazemos são mais confiáveis.*

Naiara: *O trabalho de obesidade foi muito importante pra mim, porque, se não fosse os cálculos que fizemos, nunca eu saberia que estava quase obesa. Esse trabalho que a professora está fazendo me ajudou a perceber isso e encarar a minha realidade.*

A atividade sobre obesidade possibilitou que a aluna Naiara compreendesse que a partir dos cálculos encontrados, ela fazia parte da categoria obesidade grau II, um resultado preocupante para ela. Isso fez com que a estudante compreendesse porque era necessário submeter-se a um regime e a exercícios físicos. A estudante compreendeu também que uma das finalidades da Matemática é alertar as pessoas para a prevenção de doenças, como foi o seu caso.

Marli: *O trabalho da obesidade pra mim foi muito importante, porque agora eu sei se o meu peso está normal pra minha idade.*

De acordo com Madruga et al. (2016) aprendizados constroem um arcabouço, que servirá de substrato para a elaboração de novos aprendizados, mais complexos e que se complexificam ao serem entrelaçados ao que já havia se consolidado. Muito se percebe durante um dia, milhares são os estímulos recebidos (percepções), mas pouco se compreende, e muito menos ainda se significa, ou seja, modifica o cérebro da pessoa gerando assim aprendizagem, transformando-se em conhecimento.

Com base nas palavras de Madruga et al. (2016) a atividade de Modelagem causou estímulos aos estudantes, e estes por sua vez se apropriaram desta aprendizagem, transformando-a em conhecimento.

Naianny: *Eu pesava 70 quilos, mas agora que foi realizado esse trabalho eu fiquei um pouco com medo, porque eu pensava que estava obesa, mas agora estou pesando 68.*

Seane: *Eu achei muito interessante esse trabalho, porque eu aprendi a fazer contas para saber se eu estou ou não no peso normal.*

Ediele: *Sabendo que estamos acima do peso, podemos nos orientar e procurar melhorar isso, podemos usar isso no dia-a-dia com nossos próprios familiares.*

Ruana: *Achamos que todas as pessoas deveriam aprender sobre isso, porque tem muito adolescente e até criança acima de sua massa corporal.*

Gustavo: *A matemática é uma matéria que tem que ficar treinando, agora já estou gostando da matéria, tá ficando interessante, é uma aula diferente, falar sobre o nosso peso e a nossa altura.*

A fala de Gustavo retrata claramente o estímulo através da atividade para gostar da disciplina.

As falas apresentadas mostram evidências fortes de motivação por várias razões, como prevenção à obesidade, como informação individual ou para a família, e mesmo como incentivo para uma tomada de decisão na vida particular do aluno. No caso de Naianny, a aluna sentiu-se motivada a frequentar uma academia, após sua participação na atividade com a Modelagem. Ou seja, recebeu o estímulo para tomada de decisões.

Atividade 02: Cuidado! Barulho demais faz mal à saúde



O objetivo de tratar sobre o “Meio ambiente” nos levou a refletir sobre a realidade escolar do ambiente em que estamos desenvolvendo a pesquisa, pois a escola estava inserida no centro da cidade, e nos seus arredores estão localizados hospitais, igreja, e as lojas do comércio de Castanhal, sem contar os inúmeros carros de propagandas, que circulavam na área.

Nesta atividade observamos que os estudantes possuíam consciência da poluição sonora na escola e admitiam que esse problema atrapalhava o desempenho

escolar. Com o auxílio de filmagens e gravações das entrevistas, priorizamos interações e momentos de discussão coletiva, com os documentos que foram produzidos pelos estudantes em sala de aula.

Após o processo de Modelagem ocorrido na turma, com a ajuda dos estudantes do curso de Engenharia Mecânica, os alunos da EJA fizeram uma Modelagem feita através da planta baixa da escola com a utilização do programa MatLab. Sendo explicado aos estudantes da EJA que este programa de informática executa vários tipos de gráficos, assim teríamos os dados para fazer a geração de gráficos bi e tri-dimensionais.

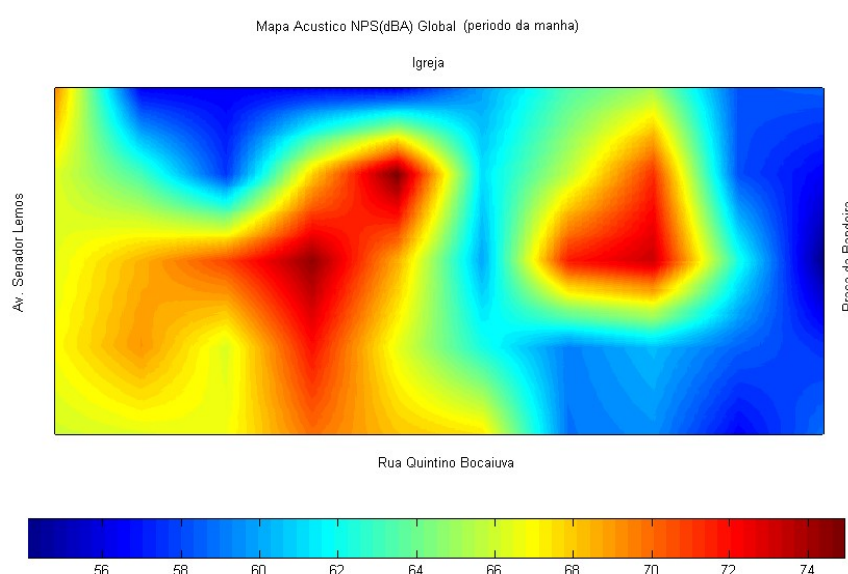


Gráfico 01 - A modelagem do ruído feita pelo período da manhã na escola
Fonte: Dados da pesquisa, 2006.

Dentre as falas obtidas na Atividade 02, descrevemos as principais falas dos alunos durante a atividade de Modelagem:

Naiara: *O barulho próximo da escola pode causar problemas auditivos.*

Marli: *O barulho do centro comercial causa perturbação aos nossos ouvidos.*

Clelma: *O barulho incomoda o aprendizado na sala de aula.*

Rosenildo: *O barulho da quadra poliesportiva atrapalha a aula.*

Lucicléia: *O barulho atrapalha a explicação durante as aulas.*

As falas descritas acima demonstram algum tipo de aprendizagem, através de conceitos que foram formados pelos estudantes. Para Almeida e Silva (2012) quando os estudantes se utilizam de conceitos matemáticos, que partem de situações-

-problema da realidade, e desenvolvem representação matemática destas situações, por meio de atividades investigativas, é requerida a utilização de diversos tipos de raciocínio, que proporcionam diferentes ações cognitivas. No caso da atividade 02 cada estudante estava compreendendo o conceito de “barulho” de acordo com o seu raciocínio.

Através desta atividade discutimos os problemas existentes na escola, voltados para este tema. Portanto, a experiência foi muito boa, porque quando trabalhamos em coletivo com os alunos, eles acabam contribuindo com suas ideias, com aquilo que sentem e expressam isto de forma bem natural, uma vez envolvidos na atividade.

Sobre as respostas dadas observamos que os estudantes tinham uma noção sobre som, ruído e barulho. Contudo, reconheceram que o barulho os incomodava bastante, até mesmo na hora do recreio.

Adenir: *Som é barulho.*

Lindomar: *Som é ruído.*

Paulo César: *Som é música.*

Marli: *É o barulho que ouvimos na hora do recreio.*

Valéria: *Som é o barulho dos carros e motos que ouvimos aí na rua.*

Sobre os elementos da Neuroplasticidade nas duas atividades propostas, observamos em alguns momentos falta de atenção, concentração, percepção, memória da base, descontrole nas emoções, quando não conseguiam realizar algum cálculo, além da deficiência relacionada ao cálculo matemático dos anos anteriores.

As falas de Adenir, Lindomar, Paulo César, Marli e Valéria demonstram a Percepção de cada estudante, cada um sendo capaz de formar conceitos sobre “som”, de acordo com sua percepção. A **percepção** “é a capacidade de associar as informações sensoriais à memória e à cognição, de modo a formar conceitos sobre o mundo, sobre nós mesmos e orientar o nosso comportamento” (LENT, 2010, p. 612).

“Portanto, como a aprendizagem e o ensino de Matemática estão atreladas à neuroplasticidade do cérebro, advinda de situações do cotidiano, o ambiente e a emoção”, é importante que se possa “identificar quais habilidades cognitivas que o aluno possui, e quais devem ser aperfeiçoadas para a realização dos processos matemáticos, como os cálculos, interpretação de problemas e a solução de problemas

do próprio cotidiano” (BRAUN, 2020, p.37), se tornando assim um ambiente agradável e favorável ao ensino e aprendizagem de Matemática.

Dentre algumas falas consideradas relevantes para o trabalho, destacamos as seguintes:

Robson: Achei muito interessante este trabalho, porque tivemos contato com engenheiros, por exemplo. É bom ter essas pessoas na escola.

Alessandro: Gostei muito desse trabalho, porque aprendemos coisas que às vezes a escola não ensina pra gente.

Ediele: Este trabalho trouxe muitas informações para nós. Com ele, aprendemos sobre poluição sonora, sobre os equipamentos e sobre como fazer as medições.

As falas dos estudantes Robson, Alessandro e Ediele mostram indícios de motivação no trabalho que realizaram. A **motivação** “não se refere a comportamentos reflexos ou localizados, mas envolve a aprendizagem e outros processos cognitivos que se encarregam da organização das ações que melhor garantam a sobrevivência” (COSENZA; GUERRA, 2011, p. 81).

“Sabemos que nos momentos em que experimentamos uma carga emocional ficamos mais vigilantes e que nossa atenção está voltada para os detalhes considerados importantes, pois as **emoções** controlam os processos motivacionais” (COSENZA e GUERRA, 2011, p. 83).

Sâmela: Foi legal participar deste trabalho, pois além de nos ensinar assuntos de Matemática, aprendemos outros conhecimentos sobre coisas que eu nem sabia que existia.

Valéria: Este trabalho foi excelente, aprendi sobre poluição sonora, aprendi Matemática e também algumas coisas de informática, que eu ainda não sabia.

Murilo: Este trabalho foi muito bom, porque mexeu com todos da escola. Todos queriam saber sobre as pessoas, sobre os equipamentos.

Marli: Com este trabalho, aprendi que não posso mais ouvir o som muito alto, pois isso não faz bem para a saúde.

Paulo César: Gostei muito desse trabalho, porque quero ser engenheiro mecânico e fiquei sabendo muitas coisas sobre a profissão que pretendo exercer.

Nas falas acima, observamos o papel importante da utilização da Modelagem na escola, que está relacionado ao contato dos estudantes com outros profissionais,

com conhecimentos que eles desejavam aprender e com informações relevantes para o dia-a-dia de cada estudante, como também, contribuindo para a cidadania e em situações que podem ser conectadas aos conteúdos matemáticos. A fala de Murilo demonstra que o trabalho com a Modelagem fez com que os outros estudantes percebessem que algo de diferente estava acontecendo da turma de EJA, e contribuiu para algumas inquietações dos estudantes e da escola como um todo. Já a fala de Paulo César demonstra o papel da Modelagem Matemática contribuindo com informações profissionais para futuros profissionais.

No que diz respeito às questões da Neuroplasticidade as falas anteriores dos estudantes não só relatam a motivação com o trabalho realizado, como também expressam a atenção que tiveram no referido trabalho.

Segundo Goleman (2014) por meio da atenção, é possível selecionar o que é mais importante em um dado momento no ambiente, e deixando de lado o que for dispensável.

5.2 Discussão dos Resultados

O conhecimento matemático é construído a partir de muitos fatores, podendo ser genético, o ambiente, metodologia e a didática abordada em sala de aula, utilizando como ferramentas favoráveis para a aprendizagem e analisando as habilidades que precisam ser exercitadas para surtir efeitos durante o processo. Campos (2016, p. 68) diz que “é preciso possuir algumas habilidades específicas para executar as tarefas escolares, principalmente quando pensamos em Leitura, Escrita e Aritmética”. Desta maneira, buscamos por meio das atividades com a Modelagem identificar as habilidades cognitivas relacionadas à Matemática que os estudantes precisavam exercitar, e desenvolver em seu processo de aprendizagem.

Em relação às atividades ficou evidenciado a falta de habilidades matemáticas, já citadas no referido trabalho, nas duas atividades realizadas, mesmo com cada estudante tendo sua limitação cognitiva, a falta de atenção e concentração foram observadas em vários momentos no decorrer das atividades.

A grande maioria dos estudantes sentiu-se estimulada a responder as questões das atividades, mas ao perceber que envolvia conteúdos matemáticos, já não conseguiam se concentrar para responder os problemas, pois como a Matemática é ensinada de forma abstrata, acaba tornando-se algo difícil de ser interpretada. Então, é aprendida de forma errada, fazendo com que o estudante crie o bloqueio e frustrações com a disciplina, ocorrendo o alto nível de reprovação.

Cosenza e Guerra (2011) corroboram que as emoções precisam ser levadas em consideração no contexto escolar, uma vez que as frustrações, o medo e entre outras emoções negativas, acabam desfavorecendo o processo de ensino e aprendizagem.

Outro resultado foi os estudantes perceberem que utilizariam das suas percepções para corresponder com a Matemática, e recordar de sua memória da base, que seriam os conteúdos estudados anteriormente para analisar e responder às situações-problemas ocasionadas pela Modelagem.

Evidenciamos, assim, que através das atividades de Modelagem há indícios de que a Neuroplasticidade contribui para o ensino de Matemática, possibilitando compreender os fenômenos cognitivos e fisiológicos, para despertar o interesse e desenvolver o processo de aprendizagem do estudante em Matemática.

6 REFLEXÕES CONCLUSIVAS

Observamos nas atividades falta de atenção, concentração, percepção e, principalmente o descontrole nas emoções, devido ao cansaço e à insegurança, perceptível pelos olhares, além da deficiência relacionada ao cálculo matemático dos anos anteriores. Assim como também as responsabilidades do dia a dia, acabam afetando o sucesso na realização dos trabalhos.

Em vários momentos das atividades foi possível perceber a motivação sendo a principal habilidade presente no comportamento dos estudantes, nas atividades com a Modelagem. Isto, além de relacionarem a construção do conhecimento matemático com o conhecimento de outras áreas.

Acreditamos que durante as atividades ocorreu o desenvolvimento de novas sinapses, fortalecendo o processo de aprendizagem, o interesse pela Matemática e, como consequência levando à prática do raciocínio matemático.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modelos de inferência.** In: Ciência & Educação, vol. 18, n. 3, 2012.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 2011.

BLAKEMORE, Sarah-Jayne. FRITH, Uta. **Cómo aprende el cérebro: las claves para la educación.** Tradução Joan Soler. 1ª edição. Barcelona: Ariel, 2007.

BRAUN, L. C. S. L. **A contribuição da neuroplasticidade no processo de ensino e aprendizagem de Matemática em turmas de Ensino Médio.** (Trabalho de Conclusão de Curso). Faculdade de Matemática, Campus de Bragança: UFPA, 2020.

BRAUN, L. C. S. L.; SILVA, R. C. D.; BATISTA, C. S. N. **Contribuição da Modelagem Matemática para avaliação do aluno: reflexão teórica.** In: VII EPAMM - Encontro Paraense de Modelagem Matemática, 2018, Salinópolis, PA, Anais... Salinópolis, VII EPAMM, 2018.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, 1992.

CAMPOS, A. M. A. de. Cérebro e Matemática – os desafios do Raciocínio Lógico. In: DELDUQUE, M. (Org) **Neurociência na sala de aula: uma abordagem neurobiológica.** Rio de Janeiro: Wak Editora, 2016.

COSENZA, Ramon M.; GUERRA, Leonor B.. **Neurociência e educação: como o cérebro aprende.** Porto Alegre: Artmed, 2011.

FIORENTINI, D. **A Educação matemática enquanto campo profissional de produção de saber: a trajetória brasileira.** Revista Tecno-Científica DYNAMIS. Blumenau, v.2, n.7, p. 7-17, abr./jun., 1994.

GOLEMAN, Daniel. **Foco: a atenção e seu papel fundamental para o sucesso.** 1. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2014.

GROSSI, M. G. R.; GROSSI, V. G. R.; SOUZA, J. R. L. M; SANTOS, E. D. Uma reflexão sobre a neurociência e os padrões de aprendizagem: a importância de perceber as diferenças. **Debates em Educação**, Maceió, Vol. 6, n. 12, p. 95-111, Jul./Dez. 2014.

KLÜBER. T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. In: **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.10, n.1, p.17-34, 2008.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica.** 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LENT, Roberto. **Cem bilhões de neurônios: conceitos fundamentais de Neurociências.** 2. ed. São Paulo: Atheneu, 2010.

LUIZ, E. A. J.; COL, L. de. **Alternativas metodológicas para o ensino de Matemática visando uma aprendizagem significativa.** In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2013, Canoas, RS, Anais... Canoas, 2013.

MADRUGA, Z. E. de F. **Relações entre Modelagem e cognição: interlaços possíveis.** XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). São Paulo – SP, 13 a 16 de Julho de 2016.

MADRUGA, Z. E. de F.; GUY, B. B.; CHAMOSO, J. M.; LIMA, V. M. do R. **Cognição, Semiótica e Modelagem articulações possíveis.** CONTEXTO & EDUCAÇÃO Editora Unijuí Ano 31 nº 100 Set./Dez. 2016, p. 4-32.

MARQUES, S. Neuroplasticidade e Corpo: Impacto do Estímulo e da Experiência no Desenvolvimento e na Aprendizagem. In: III Seminário Internacional de Arte: Corpo e Experiência Viva, 2016, Ibirité, MG, **Anais...** Ibirité, p. 65-73, 2016.

MORALES, R. **Educação e neurociências: uma via de mão dupla**. In: REUNIÃO GT13: EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL, 28, 2011, Natal. Disponível em: <<http://28reuniao.anped.org.br/gt13.htm>>. Acesso em: 29 de novembro de 2019.

OLIVEIRA, G. G. **Neurociências e os processos educativos**: um saber necessário na formação de professores. 147 f. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade de Uberaba, Uberaba, 2011. Disponível em: <<http://www.uniube.br/biblioteca/novo/base/teses/BU000205300.pdf>>. Acesso em: 30 de novembro de 2019.

PINTO, Neuza B. Avaliação da Aprendizagem como Prática Investigativa. In: JUNQUEIRA, S. R. A. et al. (Org.) **Conhecimento local e conhecimento universal**: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes. Curitiba: Champagnat, 2004.

RIBEIRO, D. O; FREITAS, P. M. de. Neuroplasticidade na Educação e Reabilitação Cognitiva da Deficiência Intelectual. **Revista Educação Especial**, Santa Maria, v. 32, p. 1-20, 2019.

ROZAL, E. F. **Modelagem Matemática e os temas transversais na educação de jovens e adultos**. 2007.164f. Dissertação (Mestrado) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

ROZAL, E. F.; SOUZA, E. S. R; SANTOS, N. T. Aprendizagem em matemática, aprendizagem significativa e neurociência na educação dialogando aproximações teóricas. **Revista REAMEC**, Cuiabá - MT, v. 5, n. 1, p. 143-164, jan/jun 2017.

SALLA, Fernanda. Toda a atenção para a Neurociência. **Revista Nova Escola**. São Paulo, ano XXVII, n. 253, jun. 2012.

SILVA, E. L. d.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis: UFSC, 2005.

SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. d. A. modelagem matemática nos anos iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **REVEMAT**, Florianópolis - SC, v. 9, Ed. Temática, p. 57-73, 2014.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em Administração**. 10ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

CAPÍTULO 9

DISCUSSÃO DE PROCESSOS MATEMÁTICOS NO FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA: EXPERIMENTO SOBRE DENSIDADE

Suellem Vasconcelos Monteiro¹
Roberta Modesto Braga²

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.9

¹ Graduada em Licenciatura em Matemática. E-mail: suellemvmvasconcelos@gmail.com.

² Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). Professora Adjunta da Faculdade de Matemática – UFPA Castanhal (FACMAT/CUNCAST/UFPA). Coordenadora do Grupo Estudos em Modelagem Matemática no ensino (GEMM/UFPA). E-mail: robertabraga@ufpa.br.

RESUMO

Este estudo teve o objetivo de discutir o fazer Modelagem Matemática no espaço de aprendizagem LEMM - Laboratório Experimental de Modelagem Matemática, a partir de experimento programado com o tema densidade. Para sua realização utilizamos água da torneira, água destilada, açúcar, areômetro de Baumé, provetas, balança. Os dados produzidos foram organizados em tabelas e tratados em linguagem matemática, sendo estes, verificados a partir do Método dos Mínimos Quadrados, o que resultou em dois modelos matemáticos para ambas as soluções. O Coeficiente de Correlação de Pearson foi utilizado para validar o melhor modelo. Verificada esta fase, foi possível dizer que os modelos encontrados foram aceitáveis ao experimento realizado, concluindo que o fazer modelagem é satisfatório no processo da aprendizagem.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Densidade. Mínimos Quadrados. Coeficiente de Pearson.

1 INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática vem sendo inserida no contexto acadêmico por mais de três décadas (BIEMBENGUT, 2009) e mesmo assim esta constitui a primeira experiência com Modelagem Matemática da primeira autora deste escrito. Motivo pelo qual nos levou a relatar o desenvolvimento dessa atividade, por considerar motivador o saber fazer matemática de maneira interdisciplinar, tornando-nos agentes ativos na construção do saber.

Ainda que a defesa pelo uso da Modelagem Matemática seja incisiva pela utilização de questões referentes ao cotidiano, no âmbito do Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), do Campus Universitário de Castanhal (CUNCAST), da Universidade Federal do Pará (UFPA), esse quesito não é via de regra. Isto porque podemos fazer uso de temáticas que não necessariamente resolvam um problema real imediato, mas permitam que sejam realizadas inferências e discussão de elementos e conceitos matemáticos, em um processo de ensino e aprendizagem matemática e que também seja motivador. Para Skovsmose (2010), o processo de escolha da atividade faz parte da preparação do cenário investigativo, em que segundo ele pode-se ter como referência a matemática pura, a semi realidade ou o mundo real, caracterizando-os como ambientes de aprendizagem. Reconhecendo o tipo de referência utilizado, o estudante conseguirá entender melhor o cenário a ser investigado, se envolver no processo investigativo e também significar sua atividade.

Desta maneira, tomando como o tema a densidade, temos que as primeiras colocações dizem respeito à massa pelo volume, pois é desta forma que nos ensinaram. No entanto, propomos com a Modelagem Matemática uma forma diferenciada de lidar com o conhecimento matemático, por ser mais atrativa e que possa despertar o interesse por aprender matemática. Partindo deste princípio, buscamos com a Modelagem Matemática via experimento, produzir os dados, transformá-los em linguagem matemática para encontrar um modelo que corresponda aos dados obtidos e, após a resolução da problematização, realizar a validação dos resultados encontrados, para verificar o melhor modelo a ser utilizado nas situações propostas.

Nesse sentido a atividade com o tema densidade foi desenvolvida no curso de Modelagem Matemática, em quatro encontros de quatro horas, distribuídos em quatro semanas, com uma equipe composta por três estudantes, no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM). Local que “pode ser concebido como um espaço de aprendizagem caracterizado por um sistema de atividades criado a partir de um ambiente pensado para o desenvolvimento de atividades educativas” (BRAGA, 2015, p. 58).

O trabalho está dividido em seis seções, sendo a primeira seção esta breve introdução. Na segunda seção trazemos nossa compreensão sobre a Modelagem Matemática do ponto de vista do estudante que a vivencia. Na terceira seção, denominada Experimentação e Modelagem Matemática, detalhamos o desenvolvimento da nossa atividade com o tema *densidade*, incluindo os materiais e métodos utilizados. Na quarta seção abordamos a etapa do modelo matemático, e a validação do modelo na quinta seção. Na sequência algumas considerações são apresentadas.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Podemos dizer que a Modelagem Matemática é um meio estimulador de examinar algo de forma imaginável e inimaginável, sendo analisada através de experiência vivenciada no dia a dia. Assim dado um determinado tema é necessário investigar e relacionar com um possível modelo matemático, sendo necessário verificar qual modelo se adequa à situação problema proposta. Muitas vezes, os modelos são dados por relatos de equações, sendo averiguadas por levantamento de discussões, na perspectiva de ser estudado de forma interdisciplinar, propiciando a utilização, elaboração e interpretação da situação problematizada, obtendo assim o reconhecimento da natureza em que se situa o objeto estudado.

Desse modo encontramos em Bassanezi (2012) sustentação para nossa compreensão de Modelagem Matemática, quando este autor afirma que:

A modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obter alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. No processo de reflexão sobre a porção da realidade, selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (modelo matemático), que contemple as relações que envolvem tais argumentos. O passo inicial é encontrar dados experimentais e/ou inferências de especialistas relativos ao tema. Em outras palavras, geralmente, uma modelagem tem início com uma tabela de valores, que pode ser obtida das mais diferentes formas. (BASSANEZI, 2012, p.10).

Nesta perspectiva de Modelagem Matemática, compreendemos que algumas etapas sustentam o processo e como tal, para uma primeira experiência, orientam as ações dos envolvidos. Para Bassanezi (2012) essas etapas podem ser resumidas em: 1) Escolha de temas; 2) Coleta de dados; 3) Análise de dados e formulação de modelos e 4) Validação.

Com relação à escolha de temas, este pode ser sugerido pelo professor mediador ou pelos próprios alunos, mediante acordo entre as partes. O tema escolhido pode determinar como se dará a coleta de dados, seja por pesquisas bibliográficas ou executadas, ou por experiências programadas. Ao realizar a análise dos dados, eles podem sugerir a própria formulação do modelo, a partir da ação colaborativa dos estudantes e de seus repertórios matemáticos, bem como da mediação do professor. Uma vez formulado o modelo, este precisa ser verificado de tal forma que seja representativo da situação investigada.

Deste modo, entendemos que o estudo por meio da Modelagem Matemática constitui uma forma motivadora de ensino e aprendizagem, com foco na solução de problemas interdisciplinares.

3 EXPERIMENTAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA

A investigação por meio da Modelagem Matemática ocorreu articulada à prática do experimento, realizado em grupo com o tema *densidade*. O experimento foi executado com água destilada e com água da torneira, que consideramos como solventes. A elas foi acrescentado o açúcar (soluto) dentro de um recipiente, obtendo sempre uma substância homogênea para cada quantidade adicionada. Assim, o líquido era colocado dentro de uma proveta, para ser possível mergulhar o aerômetro de Baumé¹ e a partir disso encontrar as densidades, por meio da fórmula (1) utilizada para fazer a conversão, verificando quando o soluto for mais denso que o solvente, ou seja, com densidade maior que 1.

¹ Aerômetro de Baumé é um instrumento utilizado para medição de densidade de líquidos utilizando uma escala hidrométrica, denominada Graus de Baumé, criada pelo farmacêutico francês Antoine Baumé em 1768.

Usamos, além disso, o termômetro para verificar se o valor da densidade obtida estava dependendo da temperatura. Porém, concluímos que mesmo ocorrendo uma variação na temperatura em ambiente fechado e aberto, esta não influenciava na densidade.

Deste modo, o experimento ocorreu da seguinte forma: utilizamos 500 ml de solventes (água da torneira e destilada), em ambos os casos, e fizemos o acréscimo do soluto (açúcar) em 4 momentos do experimento. A cada momento realizado foi retirada a medida do grau em Baumé ($^{\circ}Be$), a qual foi possível determinar a densidade da solução, através da conversão dada pela equação (1).

$$d = \frac{145}{(145 - ^{\circ}Be)} \quad (1)$$

O experimento em sua totalidade foi feito cinco vezes, das formas já comentadas, garantindo informações importantes para a sua continuidade. Assim, com os dados obtidos construímos as tabelas de valores e, a partir de então, foi possível fazer a utilização do método dos mínimos quadrados, através de ajustes de curvas de valores, que é feita com a aproximação dos valores tabelados.

Esse método é utilizado como ferramenta da modelagem matemática, obtendo assim uma função que melhor se ajusta aos valores tabelados. Para a validação da função que melhor se ajustava comprovamos com o uso do coeficiente de correlação de Pearson, o qual se explica a variável y e x pela a função ajustada, dando-se a função perfeita aquela que estiver a correlação entre duas variáveis igual ou aproximada de 1.

Segundo Marinelli (2011):

O primeiro problema de que se tem registro na história foi em 1740, quando Jacques Cassini montou uma listagem de dados astronômicos, coletados por inúmeros astrônomos desde 140 a. C. Esta lista continha diferentes resultados para a mesma quantidade. O problema então era o de encontrar a melhor equação ou a melhor curva que satisfizesse a esses dados (MARINELLI, 2011, p.4).

Diante desta problematização verifica-se que com a utilização do método do mínimos quadrados obtivemos o ajuste dado de forma linear e exponencial, tanto para água destilada, como para a água da torneira. O mesmo soluto acrescentado em ambas as águas, em mesma quantidade, com essa ocorrência, foi possível notar através do coeficiente de correlação de Pearson que o resultado do 1º experimento, realizado com água de torneira. A forma que melhor se ajustou foi a linear, no 2º experimento, realizado com água destilada. O melhor modelo também foi o linear.

Em ambos os casos, consideramos que as funções escolhidas são boas para cada caso em função da quantidade de soluto (açúcar).

Assim, a modelagem em si propõe a resolução do problema, o que nos possibilita um aprendizado significativo de determinado assunto, pois permite ensinar de forma interdisciplinar e estratégica, por meio de investigações. Fazendo, assim, perceber a importância de se aprender determinados assuntos de matemática, neste caso funções. De acordo com Fortes, Junior e Oliveira (2013):

Na atualidade, as funções podem ser aplicadas e relacionadas em todas as ciências, por exemplo, na física, química, biologia e outras. É excelente ferramenta de solucionar e representar questões atuais, simular graficamente uma situação problema como, por exemplo, obter uma função custo, receita ou lucro. Isto a torna uma importante ferramenta para modelar situações encontradas no cotidiano, pois sua aplicação no campo da matemática e em outras ciências é vasta. (FORTES, JUNIOR E OLIVEIRA, 2013, p.12).

Logo, a validação do modelo matemático se deu entre intermediação com o modelo original. Desta forma mostramos que utilizando o método do mínimo quadrado podemos estudar densidade via modelagem matemática, de uma forma mais interessante e inovadora.

4 MODELO MATEMÁTICO

A partir da produção dos dados foi possível construir tabelas para a organização das informações. Na sequência apresentamos as tabelas 1 e 2, correspondentes aos solventes: água da torneira e água destilada, respectivamente:

Tabela 1: água (torneira)

Água torneira (ml)	Açúcar (g)	Grau de Baumé (g/ml)	Densidade (g/cm ³)
500	0	0,2	1,001381215
520	50	5,2	1,037195994
530	70	6,7	1,048445409
550	100	9,1	1,066961001
570	120	10,5	1,078066914

Fonte: LEMM, 2017.

Tabela 2: água (destilada)

Água destilada (ml)	Açúcar (g)	Grau de Baumé (g/ ml)	Densidade (g/cm ³)
500	0	0	1
530	50	5,2	1,037195994
540	70	6,9	1,049963794
560	100	9,3	1,06853353
570	120	10,9	1,081282625

Fonte: LEMM, 2017.

Com os dados tabelados foi feita a classificação da seguinte forma. Como trabalhamos com o açúcar (soluto) pela densidade da solução, designamos as variáveis (x) que correspondem ao soluto açúcar em (g) e (y) para a densidade da solução em (g/cm³).

Neste ponto aplicamos o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), pois através dele entendemos ser possível encontrar uma função aceitável, que melhor se ajustasse aos conjuntos de pontos dados, minimizando as diferenças entre os valores tabelados e os valores obtidos pela aproximação.

Portanto, identificamos que pelo MMQ, pode-se trabalhar com dois casos, um linear $y = ax + b$, e outro exponencial, $y = b * e^{ax}$, aplicando a este último a função logaritmo, para poder chegarmos a uma relação linear. A partir de então utilizamos para os dois solventes (água da torneira e água destilada), as seguintes funções, denominadas de funções normais do MMQ.

Caso Linear:

$$a = \frac{((n) * (\Sigma xy)) - ((\Sigma x) * (\Sigma y))}{((n) * (\Sigma x^2)) - (\Sigma x)^2} \quad e \quad b = \frac{((\Sigma x^2) * (\Sigma y)) - ((\Sigma xy) * (\Sigma x))}{((n) * (\Sigma x^2)) - (\Sigma x)^2} \quad (2)$$

Caso Exponencial:

$$a' = \frac{((n) * (\Sigma xy')) - ((\Sigma x) * (\Sigma y'))}{((n) * (\Sigma x^2)) - (\Sigma x)^2} \quad e \quad \ln b = \frac{((\Sigma x^2) * (\Sigma y')) - ((\Sigma xy') * (\Sigma x))}{((n) * (\Sigma x^2)) - (\Sigma x)^2} \quad (3)$$

Para a utilização dos casos acima, foi necessário construirmos novas tabelas, desta vez elas foram constituídas pelas devidas multiplicações, (ln) e somatórias.

Tabela 3: Somatório (Água da Torneira)

			n=5		
Açúcar (g)	Densidade (g/cm³)	y'	x²	(x*y)	x*y'
0	1,001381215	0,001380262	0	0	0
50	1,037195994	0,036520913	2500,00	51,8598	1,826046
70	1,048445409	0,047308504	4900,00	73,391179	3,311595
100	1,066961001	0,064814421	10000,00	106,6961	6,481442
120	1,078066914	0,075169543	14400,00	129,36803	9,020345
SOMA	340,00	5,232051	0,225193643	31.800,000000	361,315108
					20,639428

Fonte: LEMM, 2017.

A partir da Tabela 3, foi possível para o experimento com água da torneira, obter os seguintes resultados, sendo $a = 0,000637750$ e $b = 1,003043092$, os coeficientes, determinamos o modelo (4) para o caso linear. Para o caso exponencial temos, $a = 0,000613624$ e $\ln b = 0,003312264 \leftrightarrow b = e^{0,003312264} = 1,0033177$, encontrando o modelo exponencial (5).

$$y_{linear} = 0,000637750x + 1,003043092 \quad (4)$$

$$y_{exp} = 1,0033177 * e^{0,000613624x} \quad (5)$$

Tabela 4 - Somatório (Água Destilada)

			n=5		
Açúcar (g)	Densidade (g/cm³)	x²	(x*y)	y'	x*y'
0	1	0	0	0,000000000	0
50	1,037195994	2500,00	51,8598	0,036520913	1,826
70	1,049963794	4900,00	73,497466	0,048755682	3,4129
100	1,06853353	10000,00	106,85335	0,066287176	6,6287
120	1,081282625	14400,00	129,75391	0,078147952	9,3778
SOMA	340,00	5,2370	31.800,0000	361,9645	0,229711722
					21,2454

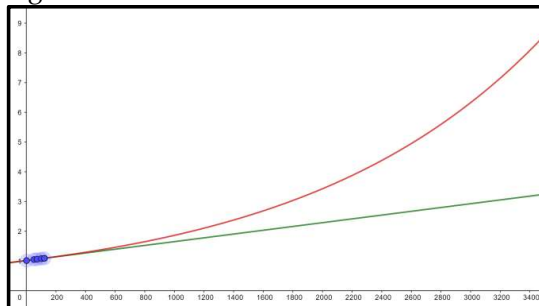
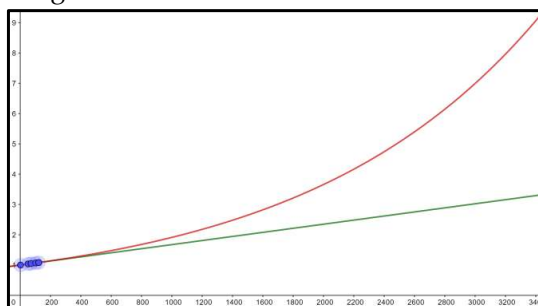
Fonte: LEMM, 2017.

Para o experimento com água destilada, e agora utilizando os dados da Tabela 4 obtivemos, no caso linear $a = 0,000673983$ e $b = 1,001564371$, onde a equação determinada foi (6). Para o caso exponencial temos os coeficientes $a = 0,000648044$ e $\ln b = 0,001875383 \leftrightarrow b = e^{0,001875383} = 1,0018772$, e com as devidas substituições chegamos ao modelo (7).

$$y_{linear} = 0,000673983x + 1,001564371 \quad (6)$$

$$y_{exp} = 1,0018772 * e^{0,000648044x} \quad (7)$$

Até esse ponto as tabelas 3 e 4 foram suficientes para fazermos as substituições nas equações do MMQ, nos casos lineares e exponenciais, destacados nos parâmetros a e b das equações (2) e (3). Desse modo obtivemos quatro modelos matemáticos possíveis, sendo dois (4 e 5) para o experimento com água de torneira e dois referentes ao experimento com água destilada (6 e 7), gráfico 1 e 2, respectivamente.

Gráfico 1: Modelos (4) e (5)
Água de torneiraGráfico 2: Modelos (6) e (7)
Água destilada

Como a quantidade de tomadas na produção de dados não é representativa, a dispersão dos dados pode sugerir um ajuste linear ou exponencial, efetivamente determinados para ambos os casos, experimento com uso de água de torneira e experimento com água destilada. Dessa assertiva, os gráficos 1 e 2 evidenciam que o comportamento do soluto é semelhante, tanto no experimento com água de torneira, quanto com água destilada, o que evidencia, nesse caso que o comportamento das soluções foi equivalente. Desse modo precisamos verificar a validade do modelo linear ou exponencial.

5 VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Para verificar a possibilidade dos modelos encontrados serem compatíveis com os dados coletados no experimento realizado, foi necessário averiguarmos sua validade, portanto o meio mais oportuno neste caso foi a utilização do Coeficiente de Correlação de Pearson r (8), que determina $-1 < r < 1$.

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\left\{ \left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right] \right\}^{1/2}} \quad (8)$$

Antes da utilização do Coeficiente de Pearson, pudemos verificar as equações (modelos) encontradas, ou seja, os dados do soluto (açúcar) são inseridos nos modelos que admitem novos valores à variável y ; utilizando os valores de x , e os novos valores de y , fazemos a somatória que foi utilizada no Coeficiente de Correlação. Na sequência, temos o coeficiente de cada caso com seus devidos resultados.

Água torneira – Coeficiente de Correlação Pearson – Linear

Antes da utilização do Coeficiente de Pearson, pudemos verificar as equações (modelos) encontradas, ou seja, os dados do soluto (açúcar) são inseridos nos modelos que admitem novos valores à variável y ; utilizando os valores de x , e os novos

valores de y , fazemos a somatória que foi utilizada no Coeficiente de Correlação. Na sequência, temos o coeficiente de cada caso com seus devidos resultados.

Água torneira – Coeficiente de Correlação Pearson – Linear

$$r_1 = \frac{361,315101280 - \frac{340 \times 5,23205046}{5}}{\left\{ \left[31800 - \frac{115600}{5} \right] \left[5,478400777 - \frac{27,374352016}{5} \right] \right\}^{1/2}} = 1,000000000 \quad (9)$$

Água torneira – Coeficiente de Correlação Pearson – Exponencial

$$r_2 = \frac{361,322964494 - \frac{340 \times 5,232045108}{5}}{\left\{ \left[3180 - \frac{115600}{5} \right] \left[5,478400551 - \frac{27,374296012}{5} \right] \right\}^{1/2}} = 0,999933207 \quad (10)$$

Água destilada – Coeficiente de Correlação Pearson – Linear

$$r_1 = \frac{361,964545540 - \frac{340 \times 5,236976075}{5}}{\left\{ \left[31800 - \frac{115600}{5} \right] \left[5,489126599 - \frac{27,425918410}{5} \right] \right\}^{1/2}} = 0,999999997 \quad (11)$$

Água destilada – Coeficiente de Correlação Pearson – Exponencial

$$r_2 = \frac{361,972707954 - \frac{340 \times 5,236972248}{5}}{\left\{ \left[318 - \frac{115600}{5} \right] \left[5,489130533 - \frac{27,425878326}{5} \right] \right\}^{1/2}} = 0,999925516 \quad (12)$$

Dos resultados do primeiro experimento (com água da torneira), percebemos que o melhor ajuste foi o modelo linear, pois seu coeficiente de correlação é mais forte, ou seja, igual a 1, enquanto no segundo experimento (com água destilada), observamos que o melhor ajuste também foi o linear. Assim podemos considerar que as funções escolhidas são boas aproximações para descrever a densidade da solução (em cada caso), em função da quantidade de soluto (açúcar).

Cabe frisar que todos os coeficientes encontrados foram considerados fortes, então a escolha do modelo se deu pela diferença decimal dos coeficientes. Ao considerarmos a densidade como uma propriedade física, que relaciona a massa da matéria e o volume que ela ocupa, significa que quando acrescentamos soluto (açúcar) em uma solução de água de torneira ou destilada, resulta em uma aproximação de aumento proporcional da densidade.

6 CONSIDERAÇÕES

Na tentativa de discutir o fazer Modelagem Matemática no espaço de aprendizagem – LEMM, a partir de experimento programado com o tema densidade, mostrou que esse fazer pode ser motivado por diferentes contextos ou situações sejam elas matemáticas ou não, sejam elas de aplicação prática ou não. Nesse caso nos detemos a um tema que envolveu empiria matemática, mas não necessariamente

um problema nítido do cotidiano, mas que permitiu discutir métodos e processos matemáticos.

Durante o processo de obtenção de resultados e de procura por modelos que se ajustassem a esses dados, percebemos que a variável temperatura influía de forma imperceptível em tais soluções. Assim decidimos não a considerar no momento dos ajustes. Então, por meio do método dos mínimos quadrados conseguimos obter modelos, que inferem boas estimativas entre as grandezas quantidade de soluto e densidade da solução.

Além disso, partindo dos resultados do volume da solução obtidos durante a coleta dos resultados nos dois experimentos e quantidade de soluto, poderíamos também encontrar a concentração de soluto em função dessas duas grandezas. Nosso objetivo com esses experimentos era encontrar relações que pudessem aproximar-se com menos desvio dos dados reais, e por meio de tais, inferir boas previsões. Desta forma, pelo método dos mínimos quadrados conseguimos cumprir tal objetivo.

À guisa de conclusão, afirmamos então que com a Modelagem Matemática e a experiência relatada, o presente trabalho mostra, com o desenvolvimento da atividade, uma possibilidade de estudo de forma interdisciplinar, envolvendo conhecimentos da física, química e matemática. Isto através da utilização do método dos mínimos quadrados, uma ferramenta utilizada na matemática para solucionar algumas situações-problemas de diversas áreas. Desse modo, a experiência descrita ocorreu de maneira construtiva e qualitativa, favorecendo assim a aprendizagem, tanto de conteúdos matemáticos como não matemáticos, por meio da investigação via Modelagem Matemática.

Dessa maneira, para além do fazer Modelagem Matemática na condição de estudantes, compreendemos o seu papel para o ensino e aprendizagem de matemática, nos demais níveis de ensino, em que os professores e professoras, através da Modelagem Matemática, podem de forma motivadora despertar o interesse dos alunos para aprender matemática. Levando em consideração sua importância de maneira criativa, compreensiva, interpretativa e investigativa perante a experiência vivenciada, seja ela explícita ou implicitamente cotidiana.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werlede, et al. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo, 2013.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Temas e modelos**. Campinas: Edição do autor UFA-BC, 2012.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BRAGA, Roberta Modesto. **Aprendizagem em Modelagem Matemática pelas interações dos elementos de um sistema de atividade na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström**. Dissertação (Doutorado). Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Universidade Federal do Pará. 2015.

CARMINATI, Nézio Luiz. **Modelagem Matemática**: uma proposta de ensino possível na escola pública. Campina Grande do Sul, 2008.

COSTA, Helisângela Ramos da. A modelagem matemática através de conceitos científicos. **"Ciências & Cognição"**, v.14,n.3, p.114-133, 2009.

CUNHA, João Carlos Vieira da. **O método dos Mínimos Quadrados**: uma proposta ao Ensino Médio para ajuste por retas. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT, Universidade Federal do Estado Rio de Janeiro, 2014.

FORTES, E. V.; SOUZA JUNIOR, A. W.; OLIVEIRA, A. M. L. O uso de modelagem matemática no ensino de funções nas séries finais do Ensino Fundamental: um estudo de caso. **Itinerarius Reflectionis** (Online), v. 2, n.15, p. 1-22, 2013.

LIRA, Sachiko Araki. **Análise de correlação**: abordagem teórica e de construção dos coeficientes com aplicações. Curitiba, 2004.

MARINELLI, M.F. **Método de quadrados mínimos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

MEYER, Paul L. **Probabilidade**: aplicações à Estatística. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1983.

OLIVEIRA, Bruno de Moura, et al. A densidade e a evolução do densímetro. **"Revista Brasileira de Ensino de Física"**, v.35, n.1, p.1-10, 2013.

SANTO, Adilson O. Espírito, et al. **Modelagem na Educação Matemática e científica**: Práticas e Análises. Belém, 2017.

SKOVSMOSE. Helle Alro Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**; tradução de Orlando Figueiredo – 2º Ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

CAPÍTULO 10

EFEITOS PROFÍCUOS DE UM CICLO DE MODELAGEM NO CONTEXTO DO ENSINO DE FÍSICA

Ednilson Sergio Ramalho de Souza¹

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.10

¹ Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas. Docente da Universidade Federal do Oeste do Pará-Ufopa. E-mail: ednilson.souza@ufopa.edu.br

RESUMO

O objetivo deste artigo é compreender os efeitos profícuos da modelagem matemática na visão de professores de Física. Para isso foi desenvolvido um ciclo de modelagem sobre o tema Poluição Sonora, organizado didaticamente em oito ações. A pesquisa de campo envolveu a metodologia mista, com foco em interpretações tanto quantitativas, quanto qualitativas. Os sujeitos da pesquisa foram treze (n=13) professores de Física em formação, do município de Almeirim, Pará. Os resultados sugerem que os professores conceberam a modelagem como importante no contexto do ensino de Física, especialmente para alcançar determinados conteúdos conforme a grade curricular da disciplina, para o uso de processos científicos durante a construção de modelos matemáticos e para a promoção de discussões e de debates em sala de aula.

Palavras-chave: Efeitos Profícuos. Ciclo de Modelagem. Ensino de Física.

1 OLHAR INICIAL

A história da ciência mostra que ao menos desde o século XVI a modelagem matemática vem sendo utilizada sistematicamente como método científico, a exemplo de cientistas notáveis como Galilei Galileu e Isaac Newton. No entanto, somente a partir do século XX é que ela foi percebida como constituinte importante na construção do pensamento científico, como podemos inferir das reflexões de filósofos contemporâneos como Mario Bunge (1974/2013) e Ronald Giere (2004). Eles argumentam que a construção de modelos teóricos (modelos matemáticos) é necessária, porque não temos acesso direto ao mundo considerado real. Tal acesso é sempre parcial e limitado pelo poder preditivo de tais modelos. A filosofia da modelagem matemática tem possibilitado, nos últimos quarenta anos, importantes discussões sobre ensino de Física.

Nessa direção, Moutinho (2007) realizou pesquisa de mestrado com 32 professores em formação, a fim de saber de quê maneira a abordagem CTS (Ciência-Tecnologia-Sociedade) e a modelagem matemática poderiam ajudar na formação diferenciada de um professor de Física.

A partir da frase de Arquimedes “deem-me uma alavanca e um ponto de apoio e deslocarei o mundo”, foram realizados experimentos sobre alavancas, a fim de resolver o problema de como deslocar o mundo. O autor relata que o ambiente gerado pela interação da abordagem CTS com a modelagem matemática, auxiliados pela experimentação, favoreceu a formação de um professor que queira dar significado

ao processo de ensino e de aprendizagem. Considera-se essa pesquisa importante ao propor um enlace entre modelagem matemática, educação CTS e experimentação.

Nessa esteira, Batista (2009) aplicou experimentos sobre eletricidade e usou a modelagem matemática em conjunto com a experimentação, com 19 estudantes do nono ano do ensino fundamental, visando discuti-la como ambiente que conduz a uma aprendizagem efetiva dos conteúdos de Matemática e de Física. O autor reforça que a estratégia utilizada possibilitou um aprendizado eficiente e participativo, em que os estudantes foram capazes de fazer conexões entre a Física, a Matemática e as situações cotidianas. Além disso, a estratégia promoveu a interdisciplinaridade e contribuiu para a formação sociopolítica dos estudantes, contribuindo para o exercício da cidadania.

Percebe-se, nas reflexões do autor, o potencial que a modelagem matemática possui para desenvolver competências para alfabetização científica, tanto nas aulas de Física, quanto nas aulas de Matemática. Não obstante, não foram realizadas maiores discussões nesse sentido.

Souza (2012) usou a modelagem matemática com ênfase em problemas da realidade com 24 acadêmicos de um curso de Matemática, durante uma disciplina de Física Fundamental. Os temas escolhidos foram “Aumento de temperatura” e “Compra de carros”. Após discussões sobre os temas, os grupos de estudantes construíram modelos matemáticos, para investigar as seguintes questões: qual o condicionador de ar ideal para refrigerar determinado ambiente? Qual o carro ideal para comprar, considerando a relação custo x benefício? Durante as investigações, os acadêmicos recorreram a pesquisas de campo, junto a oficinas de refrigeração e a concessionárias de veículos na cidade. Também realizaram pesquisas na *internet*, em livros e em revistas científicas.

Foram mobilizados conceitos sobre calor, temperatura, unidade BTU (*British thermal unit*), velocidade, aceleração, força, potência e torque. Verificou-se que os estudantes sentiram-se motivados e que houve experiências interdisciplinares. Contudo, para que a compreensão conceitual pudesse ser consolidada, ressalta o autor, houve a necessidade de aprofundamentos por meio de resolução de problemas. Essa pesquisa é interessante, porque ressalta que a construção *per si* de modelos matemáticos, isto é, sem que haja certa preocupação no aprofundamento de compreensões, pode não garantir aprendizagem consubstanciada sobre o conhecimento em Física.

Ao investigar a relação entre os modelos matemáticos produzidos por estudantes durante a realização de atividades experimentais e os modelos prescritos nos manuais técnicos, Silva Neto (2015) propõe, a partir da ideia de ciência normal de Thomas Kuhn, uma abordagem pela comparação, entre modelo experimental e modelo teórico, mediado pela modelagem matemática.

Na aplicação dessa proposta, o autor identificou que estudantes de cursos de Engenharia e de Ciências Naturais de uma universidade federal sentiram dificuldades para organizar as informações, em relações conceituais complexas. Bem como, que os modelos matemáticos produzidos por eles geralmente não alcançaram o mesmo grau de refinamento dos modelos matemáticos dos manuais técnicos.

Apesar disso, a abordagem mostrou-se apropriada para o ensino aprendizagem de conteúdos de disciplinas experimentais de Física. Entende-se que essa pesquisa é relevante, ao mostrar o impacto cognitivo da modelagem matemática, na aprendizagem em Física, mediado pela experimentação, reforçando, portanto, as inferências de Moutinho (2007) e de Batista (2009).

Assim, as pesquisas evidenciam que o ensino de Física com modelagem matemática, dentre outras possibilidades, pode favorecer a formação de cidadãos críticos e reflexivos. Pode suscitar a motivação, a contextualização e a interdisciplinaridade, pode promover a compreensão conceitual, pode contribuir para a aquisição de habilidades experimentais e investigativas. No entanto, poucas são as pesquisas que focalizam as percepções de professores, após participarem de ciclos de modelagem. Sendo assim, o objetivo maior deste artigo é compreender os efeitos profícuos da modelagem matemática na visão de professores de física.

Na seção que segue, apresenta-se a metodologia da pesquisa em que se procurou aproximação com a abordagem mista. Em seguida discute-se sobre potencialidades emergentes a partir do que relatam professores de física, inseridos em um ciclo de modelagem sobre o tema Poluição Sonora. Finaliza-se o artigo com reflexões sobre consequências do estudo ao ensino brasileiro de física.

2 TRILHAS METODOLÓGICAS

A pesquisa de campo foi orientada por procedimentos da metodologia mista, em que houve enfoque, tanto em técnicas qualitativas, quanto em técnicas quantitativas. Creswell e Clark (2013) pontuam algumas características importantes de métodos mistos, dentre os quais se destaca o pesquisador, que coleta e analisa rigorosamente, com base o objetivo da pesquisa, tanto os dados qualitativos quanto

os dados quantitativos. Ele mistura (integra ou vincula) as duas formas de dados concomitantemente, fazendo um construir o outro, ou incorporando um no outro. Contudo, pode priorizar uma ou outra forma de dados.

O *lócus* da pesquisa foi uma escola pública localizada no município de Almeirim, estado do Pará, Brasil. Conforme ilustra a Figura 1, os sujeitos participantes foram treze (n=13) professores de Física, em formação. Importante ressaltar que, embora eles já fossem professores atuantes no ensino fundamental menor, ainda não possuíam a licenciatura em Física. Neste cenário, à época da pesquisa, no ano de 2016, estavam cursando uma disciplina de Estágio I, sob orientação do autor deste artigo, como componente curricular de uma licenciatura integrada em matemática-física de uma universidade pública federal, pelo Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR).

Figura 1 - Participantes da pesquisa durante o ciclo de modelagem.



Fonte: Arquivo do autor (2016).

Muito embora os sujeitos da pesquisa já fossem professores do ensino fundamental menor, eles participaram dos ciclos de modelagem no “modo aluno”, na condição de futuro professor de Física. Considera-se que realizar pesquisas em que os professores em formação ocupem o lugar de seus futuros alunos é importante para motivá-los a entrar em contato com propostas pedagógicas alternativas ao método bancário (FREIRE, 2005). Conforme reflete Tardif (2014), os professores em formação tendem a repetir em suas salas de aula práticas pedagógicas vivenciadas em cursos de formação inicial e continuada.

O tema do ciclo de modelagem foi Poluição Sonora. Tal tema foi escolhido pelos próprios professores e desenvolvido em oito ações, conforme o quadro que segue.

Quadro 1 – Descrição das ações desenvolvidas no ciclo de modelagem sobre poluição sonora

Ações	Descrição
1) <i>Motivação inicial</i>	Discutiu-se coletivamente em uma roda de conversa sobre o problema da poluição sonora, destacando-se os níveis sonoros permitidos por lei, de acordo com a Organização Mundial de Saúde (OMS), e problemas de saúde relacionados ao excesso de ruído. Após reflexões iniciais, levantou-se as seguintes questões: será que ocorre poluição sonora na escola? Como melhorar essa situação?
2) <i>Caracterização do problema</i>	De maneira coletiva, identificou-se as principais variáveis envolvidas no problema. Foram elas: o local na escola onde seria feito o registro do nível sonoro e o horário em que os dados seriam coletados, buscando-se entender como essas duas variáveis poderiam estar relacionadas entre si.
3) <i>Aprofundamento conceitual</i>	Por meio de discussões coletivas de resumos conceituais e de pesquisas na <i>internet</i> , aprofundou-se compreensões sobre os conceitos de nível sonoro, intensidade sonora e unidades de medida dB e Watt/m ² .
4) <i>Planejamento da investigação</i>	Em pequenos grupos colaborativos (de 3 a 5 componentes), discutiu-se sobre procedimentos necessários para produzir dados sobre o nível sonoro na escola. Para a coleta de dados empíricos, foi utilizado um aplicativo de celular chamado <i>Sound Meter</i> disponível gratuitamente na Google Play Store.
5) <i>Produção de dados empíricos</i>	Cada grupo colaborativo fez um mapeamento acústico dos diversos ambientes da escola e das ruas adjacentes. Os estudantes coletaram dados nas salas de aula, diretoria, secretaria, banheiros, quadra de esporte e nas ruas ao redor da escola.
6) <i>Organização dos modelos matemáticos</i>	Os grupos organizaram os dados produzidos em miniquadros, feitos com folhas de cartolina utilizando pincéis de diferentes cores e múltiplas ferramentas de representação tais como diagramas, tabelas, gráficos, equações.
7) <i>Socialização das aprendizagens</i>	Com suporte cognitivo dos modelos matemáticos registrados nos miniquadros, cada grupo socializou coletivamente com os outros grupos as aprendizagens envolvidas no ciclo de modelagem, também as propostas de soluções ao problema enfrentado.
8) <i>Produção escrita</i>	Cada grupo colaborativo produziu um relatório escrito, para sistematizar a pesquisa realizada. O relatório deveria detalhar o problema pesquisado, procedimentos realizados, conceitos envolvidos, resultados alcançados e proposta de soluções, e foi utilizado como parte avaliativa da disciplina.

Fonte: Adaptado de Souza (2018)

O Quadro 1 organiza o ciclo de modelagem em oito ações: motivação inicial, caracterização do problema, aprofundamento conceitual, planejamento da investigação, produção de dados empíricos, organização dos modelos matemáticos, socialização das aprendizagens e produção escrita. Ressalta-se que essas ações não são rígidas, evidentemente podem variar de acordo com a natureza do cenário educacional. Contudo, possibilitaram um planejamento prévio necessário para evitar “momentos de desconforto” em sala de aula.

Utilizou-se o questionário aberto como elemento principal para insumo de dados. Assim, após participação no ciclo de modelagem, solicitou-se que os professores respondessem a um questionário com três perguntas, sobre as potencialidades do ciclo de modelagem quanto ao ensino de física:

1. Quais potencialidades você destacaria nas tarefas com problemas da realidade em relação ao ensino de Física?
2. Quais potencialidades você destacaria nas tarefas investigativas com

modelos matemáticos em relação ao ensino de Física?

3. Quais potencialidades você destacaria nas tarefas com socialização coletiva das aprendizagens em relação ao ensino de Física?

Assim, o *corpus* de análise constando de textos transcritos foi interpretado por meio de análise textual discursiva em três etapas: unitarização, categorização e metatexto (MORAES e GALIAZZI, 2016).

Em um primeiro instante, da unitarização, realizou-se a leitura cuidadosa do *corpus* de pesquisa, para identificar unidades de significado em cada unidade de contexto. “Unitarizar um texto é desmembrá-lo, transformando-o em unidades elementares, correspondendo a elementos discriminantes de sentidos, significados importantes para a finalidade da pesquisa, denominadas de unidades de significado” (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 71).

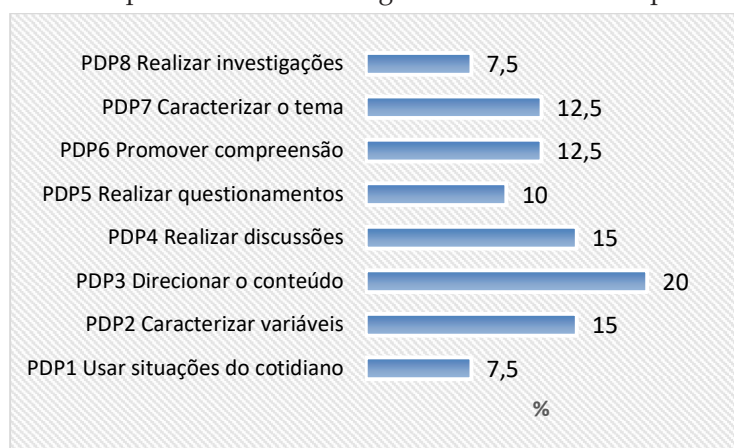
As unidades de significado geraram subcategorias que foram codificadas por meio de sistema alfanumérico. Em um segundo instante, da categorização, levantou-se convergências de significados entre as subcategorias, reagrupando-as em categorias emergentes. Categorizar “corresponde a simplificações, reduções e sínteses de informações da pesquisa, concretizadas por comparação e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjuntos de elementos que possuem algo em comum” (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 97).

Por fim, elaborou-se um metatexto com interlocuções empíricas e teóricas, resultante de descrições e de interpretações das categorias emergentes para potencialidades do ciclo de modelagem, conforme Quadro I. O metatexto representa “[...] sínteses elaboradas pelo pesquisador no sentido de expressar as novas compreensões atingidas em relação ao seu objetivo de pesquisa” (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 111).

3 PERCEPÇÕES SOBRE POTENCIALIDADES

O objetivo desta seção é analisar evidências para refletir sobre como os professores de Física perceberam o ciclo de modelagem da poluição sonora, com relação ao ensino de Física.

No gráfico seguinte, ilustra-se as frequências de potencialidades para as tarefas com descrição de problemas da realidade (PDP). Importante ressaltar que as frequências relativas foram calculadas em relação ao número de subcategorias emergentes e não ao número de sujeitos participantes da pesquisa.

Figura 2 - Frequências de potencialidades emergentes nas tarefas com problemas da realidade.

Fonte: Adaptado de Souza (2018)

Infer-se da Figura 2 que a potencialidade emergente com maior frequência nas tarefas com problemas da realidade foi PDP3, alcançando taxa de 20% (8 subcategorias), como reforça a fala do sujeito S2: *“A escolha da questão foi bastante interessante, pois nela vimos o que seria ideal para trabalhar sobre o tema, a variável que direcione para que tipo de estudo você quer realizar”*. Para este professor a possibilidade de escolher um problema de pesquisa favoreceu a investigação de conteúdos de interesse pedagógico. Além disso, sua fala sugere que a descrição de variáveis também contribuiu para direcionar o estudo para determinados assuntos considerados relevantes.

Em seguida, com média frequência, surgem as potencialidades PDP2 e PDP4, cada uma com taxa de 15% (6 subcategorias). Vejamos o que diz o sujeito S12 com relação à caracterização de variáveis: *“Nesta, estão as relações entre variáveis. Analiso tal etapa de forma positiva, visto que podemos relacionar uma com as outras com o intuito de mobilizar vários subtemas, a partir de um mesmo conteúdo”*. Para este professor em formação, a tarefa de encontrar relações entre as variáveis do problema foi positiva, no sentido de permitir eleger diversos subtemas, que poderiam ser investigados de maneira coesa dentro de uma mesma situação de aprendizagem.

Em seguida, ainda com grau médio de frequência, surgem as potencialidades PDP6 e PDP7, cada uma alcançando taxa de 12,5% (5 subcategorias). A fala do sujeito S3 exemplifica quanto à possibilidade de compreensão de conteúdo: *“Foi importante os temas escolhidos e trabalhados em cada aula que tivemos com o professor, pois parecia um simples tema, mas quando foram coletados dados acerca do tema, trouxe um bom entendimento e um conteúdo categórico”*. Este professor em formação ressalta a importância das tarefas realizadas como forma de “desempacotar” tópicos de estudo, dentro de um tema aparentemente simples, promovendo compreensão sobre os conteúdos mobilizados no ciclo de modelagem.

Ainda com média frequência, a potencialidade PDP5 atingiu taxa de 10% (4 subcategorias), reforçou, a exemplo da fala do sujeito S13, sobre o levantamento de questões: *“Com a questão de modelagem foi muito importante e positivo, quando no grupo buscamos conhecimentos para resolver certa questão proposta pelo tema”*. A fase de descrição do problema também foi importante na visão do sujeito S13, não somente para o levantamento de questões, mas também para buscar respostas às questões levantadas pelo grupo.

Por fim, com baixa frequência, emergem as potencialidades PDP1 e PDP8, cada uma com taxa de 7,5% (3 subcategorias). Vejamos o comentário do sujeito S9 a respeito do uso de situações do cotidiano: *“Para mim, é de extrema importância a escolha do tema e sua real discussão (do mesmo). Sendo que o tema seja uma situação do cotidiano do aluno o que facilitará sua discussão”*. Este professor em formação ressalta claramente em sua fala a importância do uso de situações do cotidiano como facilitadoras do processo de descrição do problema.

Desse modo, os dados evidenciam que, para os sujeitos da pesquisa, a proposição de tarefas com foco em problemas da realidade pode ser favorável predominantemente para direcionar o conteúdo conceitual, a ser estudado visando a cumprir a grade curricular de interesse pedagógico. Destacando-se, desta maneira, uma visão conteudista dos professores em formação.

Pode-se ainda considerar que o uso de problemas da realidade pode ser favorável para realizar várias discussões sobre conceitos. Tais como, procedimentos e atitudes, para caracterizar variáveis dependentes e independentes relevantes, para caracterizar o problema ao especificar suas propriedades gerais e específicas. Também como para promover compreensão significativa sobre conteúdos envolvidos no processo e para propor questionamentos sobre conceitos e procedimentos relevantes. Por outro lado, infere-se que o uso de problemas da realidade pode ser favorável para realizar investigações em busca de respostas e para estimar o valor das situações do cotidiano enquanto contexto motivacional.

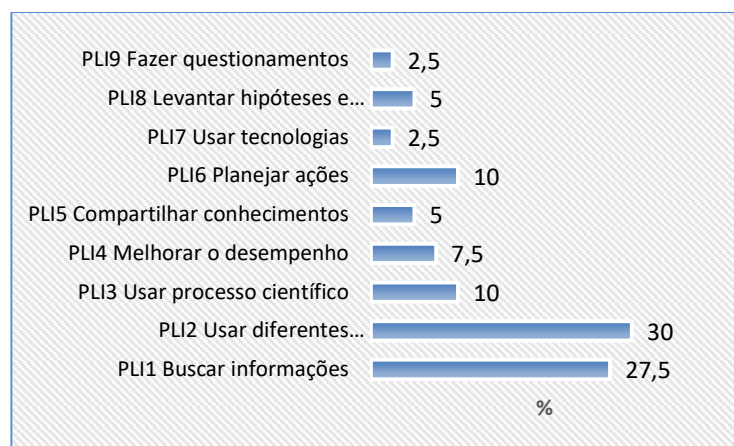
A partir dessas evidências, reflete-se que os fatores de potencialidades anteriormente destacados para tarefas com foco em problemas da realidade, podem estar emergindo principalmente pelo fato de que, como ressalta Megowan-Romanowicz (2016), no ciclo de modelagem o problema não é simplesmente imposto pelo professor. Contudo, discute-se sobre o problema de modo a angariar motivações para investigá-lo e diferenciá-lo, enquanto um sistema caracterizado por relações conceituais intrínsecas e extrínsecas.

O professor geralmente propõe um problema no início da aula. Os estudantes reúnem-se em pequenos grupos colaborativos, para encontrar uma solução consensual, então representam seus pensamentos em quadros brancos medindo 60 cm x 80 cm. O professor move-se de grupo em grupo escutando atentamente as discussões, enquanto os estudantes discutem sobre o problema e registram suas soluções nos quadros brancos. Ocasionalmente, o professor faz um comentário ou levanta uma questão. Quando a discussão em grupo termina, o professor orienta a “sessão de quadro branco” em que a classe inteira compartilha e discute suas soluções (MEGOWAN-ROMANOWICZ, 2016, p.03, tradução nossa).

Diferente do ensino bancário (FREIRE, 2005), em que a aula segue o paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000) e inicia com a apresentação de definições e de fórmulas, na modelagem matemática o início da aula é a discussão de um problema da realidade. Segue-se uma série de pesquisas em grupos, culminando com a representação das soluções em modelos matemáticos constituídos por múltiplas ferramentas de representação. Essa característica dinâmica e aberta do ciclo de modelagem pode favorecer a emergência de potencialidades como as apresentadas acima.

Na Figura 3 ilustra-se as frequências relativas de categorias para potencialidades emergentes nas tarefas do laboratório de investigação de modelos matemáticos (PLI).

Figura 3 - Frequência de potencialidades emergentes nas tarefas investigativas com modelos matemáticos



Fonte: Adaptado de Souza (2018)

Infere-se que a potencialidade emergente com maior frequência foi PLI2, com 30% (12 subcategorias). Com referência ao uso de diferentes representações, o sujeito S1 relata: “A livre escolha de como o modelador irá representar os dados que foram coletados e o modelador poderá usar mais de uma representação”. Para S1 foi positivo o fato de poder escolher mais de uma ferramenta de representação, para organizar os dados coletados oriundos de atividade empírica em um modelo matemático. Ao que parece, a possibilidade de escolher o tipo de ferramenta representativa contribuiu para o aspecto positivo destacado por este professor.

Ainda com elevada frequência, alcançando taxa de 27,5% (11 subcategorias), surge a categoria PLI1. Quanto à necessidade de planejar e de buscar informações, o sujeito S7 ressalta: *“Na produção de dados nós percebemos e pesquisamos as informações de como obtermos informações para satisfazer as nossas necessidades.”* Para S7, o laboratório de investigação possibilitou a elaboração de planos de trabalho, em que os professores deveriam pesquisar diferentes maneiras para fazer a investigação científica.

Em seguida, com média frequência, surgem as categorias PLI3 e PLI6, cada uma com taxa de 10% (4 subcategorias). Com referência ao planejamento de ações, o sujeito S11 sublinha: *“São que, a partir do momento que começamos a coletar dados, já temos em mente a real necessidade daquilo que iremos desenvolver”*. Para este sujeito, o fato de poder planejar procedimentos investigativos antes de efetivamente executá-los constituiu um fator positivo do laboratório de investigação do modelo, pois possibilitou organizar o pensamento e prever eventuais necessidades de materiais e de métodos necessários ao processo investigativo.

Ainda com média frequência, surge a categoria PLI4, com taxa de 7,5% (3 subcategorias). Quanto à possibilidade de melhorar o próprio desempenho pela pesquisa, o sujeito S3 reforça: *“Foi gratificante, pois houve um grande desempenho na turma e partimos em busca de informações de coleta de dados”*. Nota-se que este professor em formação admite evolução em seu próprio desempenho em função da necessidade de buscar e de compreender as informações necessárias ao laboratório de investigação.

As categorias PLI5 e PLI8 surgem também com média frequência, cada uma com taxa de 5% (2 subcategorias). Quanto à possibilidade de compartilhar conhecimentos, o sujeito S13 assevera: *“Na produção de dados foi muito significativa quando começamos a produzir tabelas, fazer questionamentos, interagir com outros grupos, buscar uma resposta coerente para o problema designado pelo tema”*. Observa-se que este professor em formação chama a atenção para a importância de interagir e de compartilhar informações com outros grupos colaborativos, durante a busca de respostas aos questionamentos no laboratório de investigação.

Finalmente, ainda que com baixa frequência, cada uma com taxa de 2,5% (1 subcategoria), vêm as potencialidades PLI7 e PLI9. Quanto ao uso da tecnologia, o sujeito S8 assevera: *“O uso de tecnologias para obter dados e conceitos”*. Este professor em formação ressalta a relevância das tecnologias como ferramentas facilitadoras na obtenção de informações e de conceitos no laboratório de investigação.

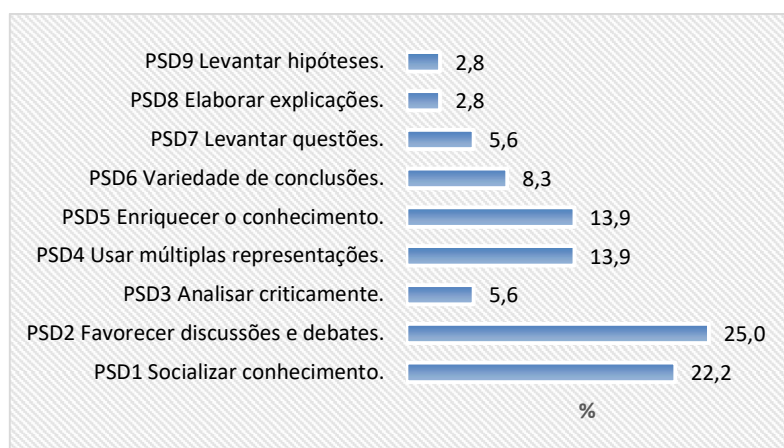
Desse modo, pode-se concluir que, para os sujeitos da pesquisa tarefas investigativas com modelos matemáticos podem favorecer principalmente ao uso de diferentes ferramentas de representação, para organizar e para comunicar os dados produzidos. Além disso, infere-se que esse momento do ciclo de modelagem também foi favorável para buscar dados em diferentes fontes de informações.

A investigação de modelos matemáticos pode promover o uso de processos científicos, o planejamento e a execução de ações investigativas pelos próprios estudantes, o desempenho dos sujeitos modeladores, o compartilhamento de significados atribuídos a conceitos e a procedimentos, o levantamento de hipóteses e de conclusões. É possível ainda concluir que a investigação do modelo matemático representou um momento favorável para o uso de tecnologias e para a realização de questionamentos.

Considera-se que as potencialidades acima realizadas podem ter emergido em função do ambiente de investigação colaborativa, propiciado pelo ciclo de modelagem, nas palavras de Dye et al. (2013): “os estudantes em grupos pequenos discutem colaborativamente, desenvolvem, debatem e testam um modelo para descrever um fenômeno ou responder a uma questão” (p. 02, tradução nossa).

Desse modo, o ambiente investigativo em que os sujeitos da pesquisa foram inseridos, cujas pesquisas foram realizadas na *internet*, em livros digitais e em livros impressos, possibilitou envolvimento para a construção e debates sobre modelos matemáticos. Também se ressalta a importância das tecnologias no processo investigativo, especialmente o uso do *smartphone* e do *notebook* durante a coleta e a tabulação dos dados produzidos.

As frequências relativas para potencialidades emergentes nas tarefas com socialização coletiva para discussão das aprendizagens (PSD) são mostradas na Figura 4.

Figura 4– Frequência de potencialidades emergentes nas tarefas com socialização coletiva das aprendizagens

Fonte: Adaptado de Souza (2018)

Nota-se que a potencialidade PSD2 foi a que alcançou maior frequência, com taxa de 25% (9 subcategorias). Com relação ao favorecimento de discussões e de debates, o sujeito S2 comenta: *“Foi importante a troca de ideias com a turma, as informações expostas de diferentes maneiras pela turma, as discussões entre os colegas enriqueciam ainda mais o conhecimento científico sobre o tema”*. Para este sujeito, o momento em que os grupos discutiam sobre seus modelos matemáticos foi relevante para fomentar a troca de ideias, o que causou um enriquecimento na compreensão dos conteúdos.

Com frequência ainda elevada, correspondente a uma taxa de 22,2% (9 subcategorias), surge a potencialidade PSD1, como exemplifica a fala do sujeito S7, com relação à socialização do conhecimento: *“É na produção do whiteboard que organizamos matematicamente e compartilhamos as diferentes formas de chegarmos a um objetivo”*. Para este sujeito, o trabalho com *whiteboards* (miniquadros brancos) foi importante para a organização do modelo matemático, visando à socialização de ações e de pensamentos.

As potencialidades PSD4 e PSD5 surgem com média frequência, cada uma com taxa de 13,9% (5 subcategorias). Quanto à possibilidade de enriquecer o conhecimento, o sujeito S6 assevera: *“É a socialização que amplia o conhecimento...”*. Nota-se que este sujeito enfatiza que o ato de socializar as pesquisas realizadas pelos grupos colaborativos pode promover um aumento de compreensões sobre os conteúdos mobilizados nas discussões.

Ainda com média frequência, alcançando taxa de 8,3% (3 subcategorias), aparece a potencialidade PSD6, como se pode notar no comentário de S8, sobre a possibilidade de obter diferentes conclusões a partir de diversos procedimentos realizados: *“Diferentes métodos de exposição e resolução”*. Este sujeito infere que as múltiplas

ferramentas de representação para o modelo matemático contribuíram para a obtenção de várias conclusões pelos grupos colaborativos.

Com taxa de 5,6% (2 subcategorias) e com média frequência, surgem as potencialidades PSD3 e PSD7, como exemplifica a fala de S12 sobre a possibilidade de analisar criticamente os modelos matemáticos: *“Através de gráficos, debates, questionamentos, os resultados são expostos para a plateia para fins de reflexão”*. Este sujeito ressalta que a socialização do modelo matemático com a comunidade de aprendizagem contribuiu para a visão crítica sobre a situação modelada.

Por fim, com baixa frequência, surgem as potencialidades PSD8 e PSD9 cada uma com taxa corresponde a 2,8% (1 subcategoria). Com relação à possibilidade de elaborar explicações, o sujeito S6 assevera: *“... surgem questionários contundentes e respostas com boas explicações”*. Para este sujeito, os questionamentos que vêm à tona no decorrer do processo de análise argumentativa do modelo matemático contribuem para melhorar as explicações dos assuntos debatidos.

Assim sendo, é possível concluir que, para os sujeitos da pesquisa, tarefas com foco na socialização coletiva das aprendizagens são potencialmente favoráveis ao estabelecimento de discussões e de debates e para a socialização do conhecimento intergrupos. Esse tipo de tarefa também foi favorável para o uso de múltiplas ferramentas de representação. Como para expressar e para comunicar os modelos matemáticos, para enriquecer o nível de conhecimento dos sujeitos, para elaborar uma variedade de conclusões a respeito do problema investigado, para fazer análise crítica sobre o tema de pesquisa e para o levantamento de questões. Além disso, esse momento também foi favorável para elaborar explicações e levantar hipóteses.

No ciclo de modelagem, o processo argumentativo ganha apoio cognitivo dos modelos matemáticos expressos nos miniquadros brancos.

Os estudantes, em pequenos grupos, trabalham no planejamento de atividades para a construção de modelos. Eles compartilham suas ideias por meio dos *whiteboards* que dirigem as discussões em classe. O papel do instrutor é moderar as discussões e orquestrar atividades apropriadas para o desenvolvimento conceitual (BREWE, KRAMER e O'BRIEN, 2009, p.013102-2, tradução nossa).

As tarefas com ênfase na investigação de modelos caracterizam-se principalmente por gerar situações de argumentação científica (SOUZA, 2018). Ou seja, é na discussão do modelo que toda a dinâmica argumentativa tem seu início, tornando-se um momento de compartilhamento de significados, pois os modelos mate-

máticos inscritos ostensivamente nos pequenos quadros brancos podem fortalecer cognitivamente o discurso científico dos grupos colaborativos. Nesse processo o professor atua no sentido de orientar as discussões dos estudantes, com o objetivo de gerar situações de argumentação, a partir da estrutura epistêmica do modelo matemático. Tal característica pode ter contribuído para a emergência das potencialidades anteriormente destacadas. Antes de fazer as considerações finais, enfatiza-se que os sujeitos da pesquisa não apontaram desafios para tarefas com foco na socialização das aprendizagens.

4 OLHAR FINAL

O objetivo deste artigo foi, por meio de uma abordagem mista envolvendo interpretações quantitativas e qualitativas, compreender os efeitos profícuos de um ciclo de modelagem sobre poluição sonora na visão de professores de Física. As evidências estatísticas mostraram que os fatores de potencialidades corresponderam a 79,5% das categorias emergentes, enquanto os fatores de desafios corresponderam a 20,5%. Assim, é possível dizer que, na visão dos sujeitos da pesquisa, o ciclo de modelagem que foi desenvolvido mostrou-se predominantemente favorável a ser aplicado mesmo considerando as contingências educacionais do contexto em que a pesquisa foi realizada.

As evidências qualitativas mostraram que o ciclo de modelagem aplicado pode ser considerado profícuo para direcionar o conteúdo, para a organização curricular da disciplina, enfatizar o uso de diferentes maneiras de representar matematicamente a situação modelada e contribuir para o fortalecimento de discussões e de debates em sala de aula.

Uma questão que se poderia levantar para o aprofundamento desse estudo é investigar o que apontariam outros sujeitos, considerando outros contextos educacionais. Esse questionamento revela as limitações do estudo, quanto a variáveis referentes ao contexto em que a investigação foi realizada. Uma vez que não se pretende generalizar os resultados somente com os dados aqui apresentados, faz-se necessário o prosseguimento das discussões, colocando-se outras variáveis no cenário do ciclo de modelagem conforme o Quadro 1.

Para finalizar, importa ainda ressaltar que houve certos fatores negativos apontados pelos sujeitos da pesquisa. Entre eles a dificuldade para escolher problemas dentre uma infinidade de possibilidades temáticas e a dificuldade para fazer pesquisas, devido à insuficiência de fontes de informações. Fatores esses que certamente serão discutidos em outro artigo.

REFERÊNCIAS

- BATISTA, M.; C. **A utilização da experimentação no ensino de física: modelando um ambiente de aprendizagem**. 85f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.
- BREWE, E.; KRAMER, L.; O'BRIEN, G. Modeling instruction: positive attitudinal shifts in introductory physics measured with class. **Physics Education Research**. v. 5, n. 013102, p. 0131021-0131025, 2009.
- BUNGE. M. **Teoria e realidade**. São Paulo: Perspectiva, 1974.
- BUNGE. M. **Teoria e realidade**. Tradução: Gita k. Guinsburg. São Paulo: Perspectiva, 2013.
- CRESWELL, J. W.; CLARK, V., P. **Pesquisa de métodos mistos**. Porto Alegre: Penso, 2013.
- DYE, J. et al. The impact of modeling instruction within the inverted curriculum on student achievement in science. **Electronic Journal of Science Education**. Texas, v. 17, n. 2, p.9, 2013.
- GIERE, R. How models are used to represent reality. **Philosophy of Science**, v. 71, n. 5, Dec. p. 742-752, 2004.
- MEGOWAN-ROMANOWICS C. What is modeling instruction? **NSTA Reports**, p. 3, 2016. Disponível em: < <http://www.nsta.org/publications/nstareports.aspx>>. Acesso em: 19 out. 2017.
- MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 3 ed. Rio G. do Sul: Unijui, 2016,
- MOUTINHO, P. E. C. **CTS e a modelagem matemática na formação de professores de física**. 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico –NPADC, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.
- SILVA NETO, M. J. **Ensino de Física pela comparação entre experimento e modelo teórico com uso da modelagem matemática**. 2015, 131f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.
- SOUZA, E. S. R. **Modelagem matemática gerando ambiente de alfabetização científica: discussões no ensino de física**. 2018. 237f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) Universidade Federal de Mato Grosso/Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

SOUZA, E. S. R. Uma experiência com modelagem matemática para a abordagem de conceitos de física. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 02, p. 309-325, mai./ago. 2012.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2014. 325p.



CAPÍTULO 11

UM BOLO DE CANECA E CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UM SISTEMA DE ATIVIDADE ENGSTRONIANA

Roberta Modesto Braga¹

DOI: 10.46898/rfb.9786558892717.11

¹ Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). Professora Adjunta da Faculdade de Matemática – UFPA Castanhal (FACMAT/CUNCAST/UFPA) Coordenadora do Grupo Estudos em Modelagem Matemática no ensino (GEMM/UFPA). E-mail: robertabraga@ufpa.br.

RESUMO

Este estudo objetiva analisar as interlocuções evidenciadas em uma atividade de Modelagem Matemática, configurada como um sistema de atividade de Engeström, envolvendo estudantes de graduação do curso de Licenciatura em Matemática, quando participantes de um curso de Iniciação Científica, fizeram modelagem a partir do tema Bolo de Caneca para apropriação de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral. Nessa ótica observar as interações ocorridas entre os elementos deste sistema: *sujeito, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade*. Desse modo um tema como bolo de caneca pode provocar Modelagem Matemática em um sistema de atividade, na perspectiva Engeström, na medida em que reconhecemos uma ação colaborativa que se apropria dos pontos de vistas de uma comunidade, que tomam forma a partir de variações oriundas de tensões com foco nas transformações, em um espaço de aprendizagem como o LEMM.

Palavras - chave: Modelagem Matemática. Sistema de atividade. Engeström. Bolo de caneca. Cálculo diferencial e integral.

INTRODUÇÃO

Este estudo trata do uso da Modelagem Matemática como um sistema de atividade na perspectiva de Engeström. Para tanto fizemos uso de uma composição de interlocução construída por dois grupos de estudantes, ao fazer Modelagem a partir de uma única temática: Receita de bolo de caneca, em um curso de Iniciação Científica, com foco na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, no âmbito do Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), da Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal da Universidade Federal do Pará.

Entendemos que há uma necessidade de um espaço de ensino, para atividades em que os estudantes possam interagir com situações não necessariamente matemática, mas que culminam a partir da experimentação condições favoráveis para a compressão de relações matemáticas, como fuga para uma Matemática como conteúdo estático e acabado.

Interessa-nos saber o que uma atividade simples, como fazer um bolo de caneca, pode provocar Modelagem Matemática em um sistema de atividade na perspectiva de Engeström? A partir desta questão, objetivamos analisar as interlocuções evidenciadas em uma atividade de Modelagem Matemática, configurada como um sistema de atividade de engestroniana, envolvendo estudantes de graduação do

curso de Licenciatura em Matemática. Para alcançar este objetivo, acompanhamos o fazer Modelagem dos referidos estudantes, em que os dados foram constituídos a partir de observação e registros escritos ou digitais dos estudantes.

O texto em questão está estruturado em quatro seções. A primeira seção discute o fazer Modelagem Matemática e esta MM, na perspectiva da Teoria da atividade de Engeström é apresentada na segunda seção, como forma de caracterizar os elementos de um sistema. Na terceira seção apresentamos os procedimentos metodológicos, seguida da quarta seção, que trata do sistema de atividade configurado a partir do fazer Modelagem dos estudantes e, após, as considerações.

1 O FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA

A Matemática enquanto ciência tem impacto fundamental nas decisões da sociedade e, para tal, o faz a partir da construção de modelos matemáticos, que objetivamente têm o papel de descrever um fenômeno ou representá-lo, de diagnosticar ou de solucionar um problema, de prever ou de evitar fenômenos. O que, dependendo da área de aplicação do modelo, assume papéis distintos.

Colocar estudantes diante de temáticas que favoreçam um caráter problemático, de investigação, que seja capaz de estimulá-los ao levantamento de questões, ao planejamento de experimentos simples, visando à coleta de dados e testagem de hipóteses, a observar, a discutir ideias e refletir sobre os passos tomados como decisão de grupo, não se constituem ações triviais. Antes disto são ações coordenadas que envolvem o saber fazer, enquanto ação para envolver, sobretudo o pensar, enquanto reflexão. Contudo, anteriormente é necessário “abrir um parêntese” para compreensão de experimentação em Modelagem Matemática.

Por Alfonso-Goldfarb e Ferraz (2006), experimentação tanto pode envolver ao ato de fazer experimentos próprios das ciências experimentais, quanto pode envolver o ato de experimentar, fazer conjecturas, inferências matemáticas, ou ainda, as duas coisas. Aliado a isso, o conhecimento do indivíduo que faz Modelagem Matemática, advindo de outras experimentações, constitui experiência do indivíduo sobre algo e que pode interferir em outras experimentações.

Para além de fazer experimentos nas áreas experimentais, *experimentação* compreende o ato de que o indivíduo pode iniciar relações matemáticas em diferentes situações. Assim como também fazer procedimentos simples, além de fazer uso de suas experiências vividas, para argumentar sobre uma temática em um ambiente de Modelagem Matemática.

A experimentação pode ocorrer tanto em um contexto que necessite da observação de experimentos, quanto em temáticas nas quais os estudantes não necessitam fazê-los. Estes farão testagem de relações, analogias, comparações e, portanto, estarão fazendo também experimentação. Assim, em Modelagem Matemática a busca por dados para o processo pode se dar tanto por fontes bibliográficas, por aplicação de questionários ou por experimentos programados. O sentido da experimentação, nesse caso, não está no experimento propriamente.

Dessa assertiva, ações articuladas, pensadas em um espaço de aprendizagem envolvem professores e estudantes. Constituindo-se assim em uma atividade colaborativa, permeada pela interação dos sujeitos com o objeto de estudo. O que envolve o saber fazer e o pensar na execução, na discussão da atividade, na tomada de decisões, bem como no uso de instrumentos necessários para a realização da atividade.

O saber-fazer Modelagem, na condição de aluno, requer domínio do processo, o que significa saber problematizar e matematizar uma situação real, que está relacionada com uma atitude curiosa e com destreza em aplicar e manipular conceitos, conteúdos e algoritmos matemáticos. (CHAVES, 2012, p. 48)

Segundo Bassanezi (2012, p.10) “a utilização da modelagem na educação matemática valoriza o saber fazer” (BASSANEZI, 2012, p. 10), dessa maneira vê-se caracterizada a “ação”, aliada ao processo de “reflexão” da realidade. Isto permite ao indivíduo pensar em estabelecer uma relação dialética envolvendo reflexão e ação, denominada por D’Ambrósio (1986) de *aprendizagem* e cujo resultado é um permanente modificador da realidade.

Uma perspectiva de Modelagem Matemática leva em consideração que, ao propor o uso da Modelagem Matemática constitui-se uma volta às próprias origens históricas da evolução matemática, do próprio Cálculo e do uso do método científico. Destacamos aqui que a aprendizagem do Cálculo a partir da Modelagem Matemática implica em um processo, que trará um novo olhar, real, concreto, para os conceitos básicos do cálculo, como exemplo o conceito de derivada, associado a taxas de variação.

Muitas contribuições para o avanço do Cálculo Diferencial e Integral são atribuídas a Newton, por seu modo de fazer ciência: “intensa relação entre a matemática e a experimentação.” (GIANFALDONI, 2001, p.238). Esta relação imbuída do processo de Modelagem Matemática demonstra “a necessidade da matemática sempre se moldar à experiência” (Ibidem).

Isso demonstra um percurso natural de observação do fenômeno, da realidade investigada e a busca por sistemas matemáticos, que se aproximem de tal realidade. Assim, as atividades de Modelagem Matemática, nesta pesquisa entendida como atividade não essencialmente laboratorial, simulação em ambientes informatizados ou mesmo experimentos em campo para obtenção de dados, fazem uso da Modelagem Matemática para investigar um tema de interesse do estudante enquanto sujeito participativo e interativo do meio.

Deve-se levar em consideração ainda que, a Modelagem tem que ser datada, dinâmica, dialógica e diversa. Para que nesse processo o estudante seja capaz de conceber um conhecimento datado, e que aprenda muito mais do que Matemática, em um processo dinâmico sem “fim”. Retornando a qualquer uma das etapas esquemáticas propostas por vários autores, dialogue com questões do cotidiano ou outras áreas do conhecimento, bem como a forma como diferentes grupos de estudantes podem fazer Modelagem Matemática, por formular problemas e gerar cálculos e resultados diversos. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011)

Nesse sentido, assumimos a Modelagem Matemática configurada como um sistema de atividade, que contempla um ambiente de experimentação favorável à aprendizagem de sujeitos, por meio de interações com o objeto, os artefatos, as regras, a divisão do trabalho e a comunidade do sistema.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DA ATIVIDADE¹ DE ENGSTRÖM²

As discussões que envolvem o contexto de sala de aula, seus *artefatos*, os *sujeitos* e as relações por eles estabelecidas, correspondem a aspectos da Teoria da Atividade. Assim os conceitos que envolvem a Teoria da Atividade e suas possibilidades no contexto escolar são necessários para a compreensão da Modelagem Matemática, na perspectiva da Teoria de Engeström.

Atividades de ensino podem ser conduzidas e motivadas de modos diferentes. Desse modo, os diferentes planejamentos de atividades de ensino, podem gerar diferentes ambientes de aprendizagem. Neste caso, ambiente de aprendizagem entendido como:

um lugar previamente organizado para promover oportunidades de aprendizagem e constitui-se de forma única na medida em que é socialmente construído por estudantes e professores a partir das interações estabelecidas entre si e com

1 A Teoria da atividade tem suas origens na filosofia clássica de Kant e de Hegel, nas obras de Karl Marx (1818-1883) e de Friedrich Engels (1820-1895) e na psicologia histórico-cultural de Lev Semyonovitch Vygotsky (1896-1934) e de Alexei Nikolaevich Leontiev (1904-1979) (ENGSTRÖM, MIETTINEN e PUNAMAXI, 1999)

2 psicólogo finlandês Yrjö Engeström.

as demais fontes materiais e simbólicas do ambiente. (MOREIRA, PEDROSA e PONTELO, 2011, p.4-5).

Ao pensar no ambiente que se quer promover aprendizagem, é que se planeja atividades de ensino intencionalmente, levando em consideração os sentidos atribuídos às ações, ao conteúdo e objetivo. Dessa maneira, o ambiente de aprendizagem não se reduz a um espaço físico, envolve para além deste, abrange sujeitos, cultura e sociedade. Ao participar de uma atividade escolar, o estudante realiza ações e interage com os elementos constituintes em um ambiente próprio, em que as necessidades que levam esse aluno a participar de uma atividade escolar estão relacionadas aos elementos: sentido atribuído por ele às ações, ao conteúdo e objetivo.

São esses elementos que geram diferentes ambientes de aprendizagem. Um desses ambientes é o de Modelagem Matemática, que ao buscar solução para uma situação problema advinda de temas de investigação, fazendo uso de modelos matemáticos, promove um ambiente de aprendizagem que envolve estudantes e professores no processo.

O modelo matemático é “um sistema conceitual, descritivo e explicativo, que é expresso por meio de uma linguagem ou estrutura matemática.” (ALMEIDA e VERTUAN, 2014, p.2), e por sua vez, a linguagem matemática pode ser considerada uma ferramenta psicológica ou semiótica (símbolos e signos). Isto, na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström tem se constituído o modelo matemático como elemento de uma atividade. Além disso, dependendo do contexto, esse modelo pode tanto assumir o papel de ferramenta como de resultado em um “sistema de atividade.” (ENGESTRÖM, 2001)

Resultante dos estudos de Engeström sobre redes de sistemas de atividade que interagem entre si é que se constitui a terceira geração da Teoria da Atividade. Entretanto, para compreensão desta deve-se considerar os cinco princípios básicos da Teoria da Atividade, que são: 1) *sistema de atividade coletiva*, 2) *multivocalidade*, 3) *historicidade*, 4) *contradição*, 5) *transformação expansiva*. Para Engeström (2001):

1) um sistema da atividade coletiva, mediado por artefato e orientado a um objeto coletivo é visto em suas relações de rede com outros sistemas de atividade. (...) 2) Um sistema de atividade é sempre uma comunidade de múltiplos pontos de vista, tradições e interesses. (...) 3) sistemas de atividade tomam forma e se transformam por um longo período de tempo. (...) 4) contradições não são os mesmos que os problemas ou conflitos. Contradições são tensões estruturais historicamente acumuladas dentro e entre os sistemas de atividade. (...) 5) sistemas de atividades percorrem ciclos relativamente longos ciclos de transformações qualitativas. (p.136-137)

O sistema de atividade coletivo constitui unidade de análise fundamental, caracterizada por ser orientada a um *objeto* e mediada por artefatos, em uma relação interativa. Os vários pontos de vistas e interesses dentro de um sistema de atividade constituem o princípio da *multivocalidade*, pois os *sujeitos* carregam tradições e opiniões próprias de suas experiências. A *historicidade* é o sistema de atividade historicamente localizado, que passa por transformações contínuas com o tempo. As *contradições* são tensões que proporcionam mudanças e desenvolvimento no sistema de atividade. Já as respostas às contradições proporcionam questionamentos que caminham em direção à reconceitualização do *objeto* e do *motivo* de uma atividade, referem-se à *transformação expansiva*.

Na prática educativa, essas contradições podem ser evidenciadas, por exemplo, quando ações que compõem uma *atividade* falham, por conta de que os sujeitos que a executaram são motivados diferentemente para uma mesma ação. Isto também pode ocorrer quando algo novo é introduzido no sistema ou quando a cultura predominante interfere no objeto/motivo e/ou mesmo quando ocorre a interligação de várias *atividades* com a *atividade* central.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Barbosa (2001) destaca que “uma das relevâncias da pesquisa é estimular a reflexão. Buscando produzir conhecimento que ilumine a interrogação da pesquisa, o pesquisador desenvolve uma atividade sistemática, de busca de evidências que o ajudem a formular sobre o fenômeno interrogado” (p. 75).

Para além da busca por evidências “como aquilo que se vê” (Barbosa, 2001) em um contexto, e tendo garantido até o momento os elementos que consideramos necessários para uma pesquisa qualitativa, nos vemos admitindo a Modelagem Matemática enquanto sistema de atividade na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström. Fator que é pressuposto metodológico para desenvolver esta pesquisa.

Situamos nesse contexto o local de desenvolvimento do fazer, entendido como espaço de aprendizagem, o Laboratório Experimental de Modelagem Matemática – LEMM, que difere do ensino tradicional, bem como da dinâmica de sala de aula normal, pois não existe um currículo prévio a ser cumprido e nem a obrigatoriedade de participação, ou seja, a participação é espontânea. Desse modo, o LEMM constitui espaço de aprendizagem por permitir que os sujeitos interajam, motivados por um tema de investigação, com o objetivo de solucionar coletivamente situações advindas do processo de Modelagem Matemática.

Nesse espaço de aprendizagem LEMM, os estudantes participantes, sejam eles graduandos ou pós-graduandos, bem como a professora-pesquisadora, assumem objetivos diferenciados a partir de uma prática, no caso o fazer Modelagem. A partir desta, então, as ações dos sujeitos articulam-se nesse espaço, com vistas a atingir um objeto potencialmente compartilhado, nesse caso temas de investigação e estudantes.

Os alunos participantes foram escolhidos por ordem de inscrição, tendo garantido na inscrição a disponibilidade e comprometimento. Resultando em estudantes do curso Licenciatura em Matemática, cursando diferentes semestres, graduados e ainda estudantes cursando mestrado, que participaram de um curso de iniciação científica de 60h em contra turnos.

Nesse cenário, temos contemplado a representação triangular³ baseada em Engeström (1987), em que os artefatos medeiam a relação dos estudantes, entendidos aqui como sujeitos por terem o poder de ação com o objeto espaço de aprendizagem. Bem como, essa relação é mediada pela comunidade, incluindo nela meu papel como orientadora, na participação do curso e por partilhar do mesmo objeto. Entretanto, no processo de modelagem as minhas intervenções não são no sentido de mudar o sistema de atividades, mas de instigar os sujeitos para a reflexão da situação investigada.

Quanto à forma de se produzir dados para compor uma análise qualitativa, pode-se lançar mão de diferentes estratégias, como observação, questionário, entrevista e filmagem, com o objetivo de desenhar com maior proximidade e fidelidade a realidade investigada. Então, “(...) assim, nos registros, as ações, as expressões e os diálogos entre os sujeitos devem ser minuciosamente abrangidos, possibilitando a realização das análises posteriores.” (SANTOS; VENTURIN, 2010, p.5).

A produção de dados se deu pela observação em ambiente natural, com vistas a reconhecer as interações evidenciadas no processo e registrá-las, pois, consideramos a observação a primeira forma de aproximação com o sujeito. Além da observação contínua, os encontros foram áudio e vídeo-gravados, com o objetivo de capturar as ações dos grupos.

Consideramos que a Teoria da Atividade corresponde a uma estrutura teórica, capaz de analisar os papéis desempenhados pelos elementos e ferramentas que compõem uma *atividade* constituída histórica e culturalmente, bem como suas interações. Assim, a Teoria da Atividade:

³ Essa representação triangular será apresentada nas considerações a partir da constituição dos dados

(...) viabiliza a análise das práticas educacionais em um nível mais amplo do que as práticas individuais de professores e alunos, pois aborda essas práticas em sua natureza coletiva, considerando as ferramentas empregadas, as comunidades nas quais o sujeito está inserido, além das regras que medeiam a relação do sujeito com essa comunidade e da divisão do trabalho, que por sua vez medeia a relação entre a comunidade e o objeto da atividade. (CARVALHO JÚNIOR, 2011, p. 28)

De forma a estruturar o processo de análise dos dados constituídos no LEMM, optamos por fazer uso de uma atividade denominada “Bolo de Caneca” e na sequência realizamos a descrição e discussão da configuração/reconfiguração a partir das ações dos grupos.

4. Modelagem Matemática do bolo de caneca configurada como sistema de atividade

A atividade denominada Bolo de Caneca (recorte de tese da primeira autora), foi escolhida por envolver dois grupos GM_1 e GM_2 de estudantes, de diferentes “níveis” e considerando o *motivo* destes para o seu desenvolvimento. Esta atividade constitui diálogo inicial com os envolvidos, no primeiro dia do Curso de Iniciação Científica com o seguinte questionamento: “Todos procuram por receitas. E vocês?”. Com o objetivo de provocá-los no sentido de fazê-los perceber que não encontrariam no curso uma sequência metodológica sobre como fazer Modelagem Matemática. Os grupos de estudantes do GM (Grupos da Manhã), após compreenderem a pergunta, foram afirmativos: a maioria buscava “receitas”. Então ofereci a eles uma receita de bolo de caneca e entreguei-lhes materiais como farinha de trigo, chocolate, ovos, óleo, açúcar, leite e fermento, acompanhados do modo de como preparar o bolo.

Esta iniciativa de entregar uma receita e ingredientes para que os estudantes fizessem literalmente um bolo de caneca, foi algo que os surpreendeu e chamou-lhes a atenção para uma situação não matemática, *a priori*. Na sequência, foram provocados a levantar questões a respeito dos ingredientes e preparo do bolo, ao mesmo tempo em que pensassem em fenômenos referentes à produção de um bolo, ou relação ao bolo com os seguintes questionamentos: “O que observaram do bolo?”; “Então, qual fenômeno você deve observar?”. Em coletividade os grupos optaram por começar as aferições, a partir do instante que o bolo de caneca seria retirado do forno.

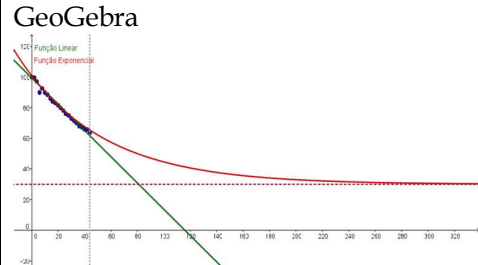
Algumas sugestões foram dadas, na medida em que os estudantes envolviam-se com a atividade: – “Conseguir informações sobre a variação do fenômeno”; “O que são taxas de variação do ponto de vista matemático?”. Além dos ingredientes

para preparar o bolo, os grupos do GM₁ e GM₂ usaram termômetros analógicos, cronômetros, régua, lápis e papel para realizar a coleta de dados referente às variáveis temperaturas do bolo, imediatamente após ser retirado do forno com o passar do tempo.

O encaminhamento da atividade de Modelagem Matemática, dos grupos GM₁, e GM₂ se deu a partir das etapas sugeridas por Bassanezi (2012): escolha de temas (Bolo de caneca), nesse caso foi pré-definido pela professora pesquisadora por conta da exequibilidade do tema para um curso de iniciação científica, cuja primeira etapa objetivava envolver um tema que surpreendesse os estudantes para relações matemáticas; coleta de dados, nesse caso por experimento programado; Análise de dados e formulação de modelos; validação do modelo.

Todos os estudantes participantes dos grupos GM₁ e GM₂ tinham interesses comuns com a participação no curso, como por exemplo, relacionar a Matemática com o cotidiano e fazer Modelagem Matemática. Esses motivos parecem direcionar o objeto relacionado à Matemática e esses motivos e objeto podem sofrer modificações/variações (quadro 1 e 2) durante o processo de Modelagem Matemática quando configurado como um sistema de atividade.

Quadro 1 - Variações derivadas de interações do Grupo GM1⁴

Grupo	Variação Motivo/Objeto/Resultado	Variação modelos
GM ₁ (Platão, Marcos, Maria, Alefebe, João)	Motivo 1/Objeto 1/ Resultado 1: Não aparente/Bolo de Caneca/Incerteza	Modelo 1: por ajuste linear (MMQ) $y = -0,8583x + 99,5141$
	Motivo 2/Objeto 2/Resultado 2: Compreender a lei/ Resfriamento de Newton/ Modelo matemático	Modelo 2: por resfriamento de Newton $\frac{dT}{dt} = \alpha(T - T_a)$ $y = 30 + 71 \cdot e^{-0,01583x}$
	Motivo 3/Objeto 3/Resultado 3: Validar modelo/Representação funções/Comparação de modelos	GeoGebra 

Fonte: da Autora

As variações são decorrentes de decisões tomadas no espaço LEMM, assim como toda a Modelagem realizada colaborativamente pelos membros dos grupos, pois se o problema proposto for aberto, sem qualquer indicação dos procedimentos necessários para sua solução, cabe ao grupo deliberar quais ações serão executadas

⁴ Platão (5º Semestre), Marcos (3º Semestre), Maria (7º Semestre), ALefebe (7º Semestre) e João da Silva (5º Semestre)

e como o objetivo de cada ação se relaciona à solução do problema gerador da atividade.

Os objetivos direcionadores das ações e as condições de sua realização, considerando a necessidade geradora da atividade intimamente ligada ao seu objeto, configuram a situação objetual, o contexto de realização da atividade.

Na medida em que os estudantes “olhavam” para os dados coletados e visualizam um modelo matemático (a reta), caracterizando a Modelagem Matemática como o sistema da atividade propriamente dito, os questionamentos sinalizam uma busca por um *resultado*, neste caso o modelo matemático como representativo de uma situação problema investigada (Bolo de caneca). Assim, na medida em que o grupo vai se apropriando das variáveis da Modelagem, o sistema de *atividade* ganha novas configurações, sempre que os estudantes variam o objeto da ação, ou o objetivo da ação ou a busca por resultados da ação.

O *objeto* do sistema da atividade sofreu outra mudança, quando o ponto das discussões girou em torno da Lei do Resfriamento de Newton, com a argumentação de que estavam relacionando as variáveis temperatura e tempo do esfriamento de um bolo. Por esse motivo, interferências no processo não eram de dar sugestões e encaminhamento, mas de instigá-los a buscar argumentações para as suas tomadas de decisão, por compreender que qualquer resposta direta pode alterar a configuração do sistema de atividade.

Daí, ao optarem por investigar a Lei do Resfriamento de Newton para a situação problema, o sistema de atividade reconfigura-se com alteração do *objeto* (Resfriamento de Newton) gerando o mesmo *resultado* (modelo matemático), em que o *motivo* corresponde em compreender e aplicar a Lei do Resfriamento de Newton, na situação investigada.

Quando encontraram o modelo linear e o modelo exponencial (como resultado da Lei do Resfriamento de Newton), buscavam na representação gráfica associada aos desvios produzidos por cada modelo em relação aos dados reais, argumentação matemática para consolidar suas conclusões e escolha do modelo adequado. No entanto, para eles a ferramenta Excel não permitia a construção do gráfico a partir da função, e isso se configurou em *tensão* (*contradição* interna) para o grupo GM₁. Nesse episódio a *divisão do trabalho* do sistema de atividade ganha destaque, no motivo oriundo desta *tensão*. A mudança de *artefato* foi resultante de uma *contradição* dos elementos centrais do sistema de atividade. Esta *contradição* provocou mudanças e desenvolvimento da *atividade*, pois:

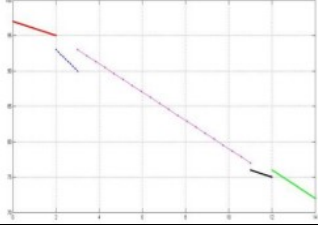
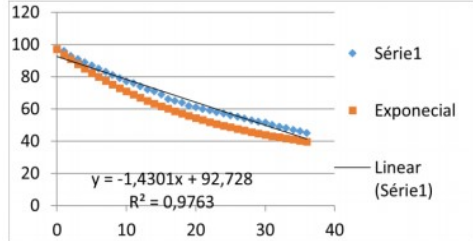
quando um sistema de atividade adota um novo elemento do exterior (por exemplo, uma nova tecnologia, ou um novo objeto), pode levar ao agravamento de uma contradição secundária, onde alguns elementos velhos (por exemplo, as regras ou divisão do trabalho) colidem com o novo. (ENGESTRÖM, 2001, p.137)

Desta maneira a *contradição* gerou conflitos, mas também permitiu uma mudança na *atividade*, a partir da negociação dos estudantes. Nesse caso, a opção pelo Geogebra em detrimento do Excel, para comparação entre os modelos encontrados pelo grupo, está baseada no excerto: “a linha do gráfico fica forçada no Excel” (Alefebe, transcrição seminário de socialização). A argumentação dos estudantes ficou compreendida no coletivo. Nesse trecho evidencio que a negociação de significado entre os estudantes do grupo configurou-se como uma interação, que determinou a continuidade do processo e a busca por outro *artefato mediador* que fosse capaz de atender suas expectativas.

A questão do “forçado” nesse contexto, Alefebe responde que “*é por que não há uma suavidade, harmonia no gráfico, parece quebrado*”. Os excertos demonstram que a negociação de significados auxiliou na tomada de decisão para os encaminhamentos do desenvolvimento da *atividade*. Ao optar por uma linguagem não matemática, mas que justifica uma passagem matemática, os estudantes estabeleceram uma interação entre o objeto matemático e suas realidades configuradas aqui como a forma com que compreendem as coisas, que de alguma forma o termo “forçado” fazia parte da realidade do grupo e por isso representava a contento a situação matemática que estavam vivenciando.

Com relação aos interesses do grupo GM₂, eles estavam relacionados com suas situações acadêmicas, ou seja, os estudantes do 3º e 5º semestres tinham interesse em conhecer Modelagem Matemática. Em contrapartida os outros dois estudantes (Copas e Sandro), por já serem professores objetivavam adquirir experiência teórica e prática.

Quadro 2 - Variações derivadas de interações do Grupo GM2⁵

Grupo	Variação Motivo/Objeto/Resultado	Variação modelos
GM _{1,2} (Allan, Copas, Sandro, Mateka)	Motivo1/Objeto 1/ Resultado 1: Construir um gráfico/Gráfico/Sistema linear	Modelo 1: sistema linear (MatLab) $\begin{cases} f(x) = 97 - x \text{ se } 0 \leq x \leq 2 \\ Q(x) = 3x + 99 \text{ se } 2 \leq x \leq 3 \\ g(x) = 99 - 2x \text{ se } 3 \leq x \leq 11 \\ r(x) = 87 - x \text{ se } 10 \leq x \leq 11 \\ h(x) = 100 - 2x \text{ se } 12 \leq x \leq 14 \end{cases}$ 
	Motivo 2/ Objeto2/Resultado 2: Entender o fenômeno/Representação equilíbrio térmico/modelo matemático	Modelo 2: linear, exponencial $\frac{dT}{dt} = k(T - 26)$ 

Fonte: da Autora

O grupo GM₂ optou por trabalhar com as variáveis Temperatura do bolo e tempo, em detrimento da temperatura da caneca com o passar do tempo, pois entendiam que descobrir a temperatura da caneca não resultaria em resultados significativos para o grupo. A preocupação do grupo GM₂ ficou direcionada, após escolher as variáveis com as quais trabalhariam, para a busca por um gráfico que representasse a temperatura do bolo decorrido o tempo com intervalos de um minuto.

Dessa decisão, os estudantes Mateka e Copas ganham destaque na *divisão do trabalho da atividade*, pois o primeiro filtrava suas ações mediadas pelo *artefato* MatLab, motivado pelo fato de que em paralelo com o curso de Modelagem, estava desenvolvendo um curso de MatLab, o segundo estudante por apresentar repertório com relação aos conceitos de Matrizes e Determinantes.

Desta configuração foi possível verificar as ações dos *sujeitos* mediadas *pelos artefatos*, para gerar um modelo baseado no sistema de inequações, pois ao dispor dos pares ordenados correspondentes às variáveis estudadas no fenômeno, temperatura do bolo e tempo, perceberam visualmente que poderiam encontrar várias equações da reta a cada dois pontos, e com isso montariam o sistema de inequações. Associaram a ânsia de fazer o uso do software MatLab para representar um sistema

⁵ Allan (5º Semestre), Copas (Mestrando PROFMAT), Sandro (Mestrando Educação em Ciências e Matemáticas) e Mateka (3º Semestre)

de inequações, com a prática de encontrar equação da reta dado dois pontos, para cada intervalo.

Os estudantes do grupo GM_2 não tinham uma explicação coerente para o uso de um sistema de equações, apenas foram desenvolvendo aleatoriamente, a partir de uma primeira que resolveram colocar em prática. Desse ponto, a configuração do sistema de atividade sofreu outras alterações com os novos *artefatos*: a Lei do Resfriamento de Newton, mediados pela ação do estudante Copas e Linhas de Tendência no Excel, mediados pela ação de Sandro. No entanto, em ambos os casos os estudantes buscavam uma representação para o equilíbrio térmico entre a temperatura do bolo e a do meio ambiente, ou seja, tomam consciência do *objeto* da atividade.

As ações mediadas pelos novos *artefatos* foram conduzidas com foco no resultado, modelo matemático. Nesse caso, a compreensão do grupo, de que poderiam testar não apenas um modelo, mas outros que pudessem aproximar-se dos dados coletados, provocou reflexão sobre os artefatos disponíveis e aquele que realmente daria conta de responder às inquietações dos estudantes.

Daí, que tal reflexão provocou mudança no artefato mediador, pois além de reconhecerem que podiam encontrar uma reta, que se aproximasse dos dados coletados, optaram pelo Excel em detrimento do MatLab. Além disso, na coletividade a compreensão do modelo foi melhor adaptada pela justificativa das linhas de tendência do Excel. Essa mudança gerou reorganização no elemento divisão do trabalho.

O fato de o elemento *divisão do trabalho* destacar o papel dos estudantes que tinham maior habilidade com os artefatos identificados, não significa dizer que os demais estudantes ficaram alheios ao processo, mas se permitiram compartilhar saberes por apresentarem habilidades diferenciadas. Assim, o trabalho desenvolvido permitiu uma “construção individual e, ao mesmo tempo, coletiva e compartilhada do conhecimento” (BARUFI, 1999, p. 43); (ENGESTRÖM, 1978).

CONSIDERAÇÕES

Ao adotar Engeström (1987) utilizando a Teoria da Atividade em sua terceira geração, em que o engajamento da professora-pesquisadora e estudantes na atividade de ensino e aprendizagem é tomado como unidade mínima de análise, permitiu perceber os interlocutores de forma distinta.

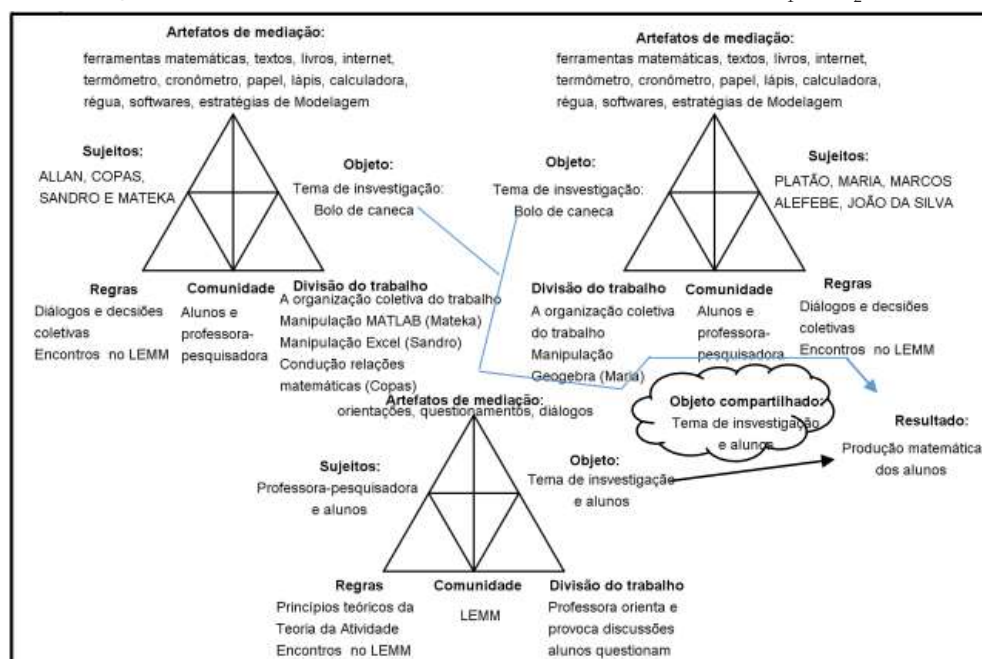
Sobre os interlocutores constituídos a partir das atividades de Modelagem Matemática da primeira etapa do curso, resultou no constructo com três sistemas

interlocutores [GM_1 , GM_2 e PP (professora-pesquisadora)]. Nessa formação tem-se uma mesma ação, que pode ser realizada de diferentes formas. As condições de realização de uma ação, a forma como ela é realizada concretiza-se em *operações*. Isso é possível evidenciar no desenvolvimento da Modelagem desenvolvida pelos dois grupos GM_1 e GM_2 com a mesma temática: bolo de caneca. Cada grupo iniciou o processo utilizando argumentos diferentes, GM_1 começou utilizando dados arbitrários para escrever uma função linear e o grupo GM_2 começou utilizando metade dos dados e utilizando o método matricial para escrever um sistema linear.

Os grupos ao fazerem uso da lei do Resfriamento de Newton, fizeram opções diferentes para a determinação da constante de proporcionalidade k , seja pela média de todos os k s (GM_1) ou pela escolha arbitrária de k (GM_2). Assim, as ações dos sujeitos mediam o desenvolvimento de suas atividades de Modelagem como a organização do trabalho coletivo. Os argumentos para a escolha do modelo se deram pelas relações matemáticas associadas ao fenômeno investigado (GM_1), ou por uma argumentação estritamente matemática, ao fazer a opção por um modelo linear (GM_2).

O sistema de atividade com três interlocutores foi possível pela mediação das *regras de decisão* coletiva dos grupos GM_1 e GM_2 . Ao final de cada Modelagem os grupos apresentariam seus resultados e conclusões no formato de seminário. Esse formato permitiu que cada sistema individual pudesse interagir com os outros, de modo a compartilhar do mesmo *objeto* e *resultado*. Figura 1.

Figura 1 - Sistema de atividade com três interlocutores GM_1 , GM_2 e PP



Fonte: Da autora

Essa representação triangular, Figura 1, compreende uma rede de três sistemas interlocutores, que descreve uma característica da Modelagem Matemática que foi adotada pelos dois grupos, que é a socialização dos resultados. Além disso, cada sistema se compõe a partir do mesmo *objeto*, em sua configuração final. Neste sentido a interação entre os vários sistemas partiu de um *objeto* potencialmente compartilhado. Assim, o objeto é coletivamente significado para um objeto compartilhado, ou como denominado por Engeström (1999), como potencialmente compartilhado.

As diferentes interações entre os indivíduos e entre os elementos do sistema de atividade possibilitaram o crescimento coletivo. Isto é, “(...) a transposição do individual para o coletivo, e vice-versa, possibilita o estabelecimento de relações de mútua responsabilidade, extremamente favoráveis para o trabalho de sala de aula” (BARUFI, 1999, p.38), estendido aqui para o contexto de um espaço de aprendizagem denominado LEMM.

Apesar de Engeström (1987) ilustrar sua teoria na atividade médica, foi possível fazer uma analogia com as interações entre os elementos de um sistema constituído em um ambiente de ensino e aprendizagem. Isso quer dizer que se medicamentos são ferramentas de um médico, então orientações são ferramentas de uma professora-pesquisadora e livros e softwares, por exemplo, são ferramentas dos estudantes.

Assim, sob a ótica da Teoria da Atividade de Engeström, foi possível configurar a Modelagem Matemática enquanto sistema de atividade e observar as interações ocorridas entre os elementos deste sistema: *sujeito, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade*. Desse modo, um tema simples como bolo de caneca pode provocar Modelagem Matemática em um sistema de atividade na perspectiva Engeström, na medida em que reconhecemos uma ação colaborativa (sistema coletivo), que se apropria dos pontos de vistas de uma comunidade (multivocalidade) que tomam forma (historicidade), a partir de variações oriundas de tensões (contradições) do sistema com foco nas transformações (aprendizagem), em um espaço de aprendizagem como o LEMM.

REFERÊNCIAS

ALFONSO-GOLDFARB, Ana Maria; BELTRAN, Maria Helena Roxo (org.). O saber fazer e seus muitos saberes: experimentos, experiências e experimentações. São Paulo: Livraria da Física, EDUC, FAPESP, 2006.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da S. **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: contribuições e experiências de futuros professores**. 2001. p. 253f. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro/SP.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese (Doutorado em Educação). 1999. 195f. Universidade de São Paulo, São Paulo.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Temas e modelos**. 1ª ed. Campinas: Edição do autor UFABC, 2012.

BRAGA, Roberta Modesto. **Modelagem matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias**. 2009. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará, Belém/PA.

CARVALHO JÚNIOR, Paulo de. **Podcast no ensino de alemão como língua estrangeira: um estudo do impacto de uma nova tecnologia**. Dissertação (Mestrado). 2011. 175 f. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com modelagem matemática**. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas). 2012. 132f. Universidade Federal do Pará, Belém, PA.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2. ed. Campinas: UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986.

DOROW, Kelli Cristina; BIEMBENGUT, Maria Salett. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. In: *Dynamis: Revista Tecno-Científica*. Blumenau, n. 14, v. 1, jan/mar, 2008, p. 54-61.

ENGESTRÖM, Yrjö. **Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research**. Helsinki, Orienta-Konsultit, 1987.

ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R-L. Innovative learning in work teams: analyzing cycles of knowledge creation in practice, in: ENGESTRÖM, Y et al (Ed.) **Perspectives on activity theory**. Cambridge: Cambridge University Press. 1999, p. 377-406.

ENGESTRÖM, Y. Activity theory and individual and social transformation. In: ENGESTRÖM, Y; MIETTINEN, R; PUNAMÄK, R-L (eds). **Perspectives on activity theory**. Cambridge University Press, 1999.

ENGESTRÖM, Yrjö. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of Education and Work**. V. 14, n. 1, 2001. p. 133-156.

GIANFALDONI, Mônica Helena Tieppo Alves. O universo é infinito e seu movimento é mecânico e universal: Isaac Newton (1642-1727). In: ANDERY, Maria Amá-

lia e outros (org.). **Para compreender a ciência: uma perspectiva histórica**. 10ªed. Rio de Janeiro: Espaço e Tempo; São Paulo: EDUC, 2001. p. 237-253.

MEYER, J. F da C de A; CALDEIRA, A. D; MALHEIROS, A. P dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MOREIRA, Adelson; PEDROSA, José Geraldo; PONTELO, Ivan. O conceito de atividade e suas possibilidades na interpretação de práticas educativas. **In:** Revista Ensaio, Belo Horizonte, v. 13, n. 3, p. 13-29, set.-dez. 2011.

SANTOS, Marli Regina; VENTURIN, Jamur André. Pesquisa fenomenológica em educação matemática: apresentação de procedimentos e discussões de alguns aspectos. **In.** **Anais** Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos – IV SIPEQ, 2010.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Ações 30, 42, 44, 48, 49, 52, 54, 55, 79, 82, 102, 103, 106, 107, 112, 137, 138, 140, 141, 146, 156, 159, 160, 165, 166, 167, 175, 176, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 185, 186, 187

Água 15, 17, 19, 20, 21, 33, 34, 37, 38, 114, 144, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152

Ambiental 13, 16, 19, 20, 23

Ambiente 13, 16, 18, 22, 23, 29, 31, 32, 38, 43, 44, 45, 47, 48, 55, 56, 64, 79, 82, 84, 93, 112, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 135, 137, 138, 139, 145, 147, 156, 157, 166, 170, 175, 177, 178, 180, 186, 188

Aprendizagem 12, 13, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 38, 39, 43, 55, 61, 63, 70, 72, 73, 79, 80, 81, 84, 92, 93, 101, 102, 103, 107, 111, 119, 120, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 144, 145, 146, 152, 153, 154, 157, 158, 162, 168, 170, 174, 176, 177, 178, 179, 180, 186, 188, 189

Atividade 13, 15, 19, 20, 21, 28, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 64, 65, 106, 110, 111, 112, 113, 119, 125, 126, 129, 133, 134, 135, 136, 137, 144, 145, 153, 154, 164, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 190

C

Conceitos 12, 13, 15, 26, 30, 36, 43, 49, 54, 81, 84, 86, 93, 102, 125, 130, 136, 137, 141, 144, 154, 157, 163, 165, 166, 171, 174, 176, 177, 185

Conhecimento 5, 12, 13, 17, 18, 26, 28, 29, 30, 32, 40, 43, 61, 62, 63, 70, 71, 73, 77, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 92, 96, 102, 107, 108, 109, 111, 112, 126, 127, 128, 130, 134, 135, 139, 140, 142, 145, 157, 167, 168, 175, 177, 179, 186

Conhecimentos 12, 27, 28, 38, 44, 60, 63, 70, 71, 72, 77, 79, 83, 84, 87, 92, 93, 95, 100, 101, 106, 111, 115, 125, 128, 129, 132, 133, 138, 139, 153, 163, 165

Construção 20, 28, 29, 36, 42, 44, 64, 66, 73, 79, 80, 84, 93, 96, 101, 106, 111, 112, 116, 118, 125, 130, 140, 144, 154, 156, 157, 166, 168, 175, 183, 186, 189

Contexto 12, 14, 15, 23, 29, 31, 35, 36, 40, 46, 48, 49, 63, 71, 72, 73, 76, 77, 79, 81, 83, 84, 86, 88, 92, 93, 94, 95, 109, 111, 117, 120, 125, 130, 133, 140, 144, 156, 161, 163, 169, 176, 177, 178, 179, 183, 184, 188

Cultura 21, 46, 47, 48, 51, 53, 55, 56, 76, 77, 78,

79, 80, 81, 82, 83, 84, 86, 88, 89, 92, 94, 95, 102, 108, 109, 112, 178, 179

Curso 31, 32, 43, 60, 61, 64, 76, 77, 86, 89, 108, 109, 136, 145, 157, 174, 175, 180, 181, 182, 185, 186, 189

D

Digitais 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 166, 175

E

Educação 22, 23, 26, 40, 43, 56, 57, 62, 64, 70, 72, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 89, 92, 95, 102, 106, 107, 108, 109, 110, 117, 119, 120, 126, 128, 129, 141, 142, 153, 157, 176, 189, 190

Escola 42, 43, 44, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 77, 82, 84, 85, 92, 95, 107, 120, 124, 125, 131, 132, 135, 136, 137, 138, 139, 154, 159

Escolar 14, 18, 29, 52, 54, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 87, 111, 120, 127, 128, 130, 135, 136, 140, 177, 178

Estudantes 12, 13, 14, 16, 18, 20, 43, 44, 45, 54, 60, 72, 76, 92, 93, 94, 106, 109, 117, 124, 129, 130, 131, 133, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 145, 146, 153, 157, 158, 164, 166, 168, 169, 174, 175, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 188

Estudo 15, 22, 26, 30, 32, 42, 44, 45, 46, 48, 56, 70, 77, 79, 94, 95, 100, 101, 102, 108, 126, 132, 144, 146, 153, 154, 158, 162, 169, 174, 176, 189

Etnomodelagem 76, 77, 78, 79, 84, 85, 86, 87, 88, 95, 109

F

Física 32, 33, 37, 38, 77, 148, 152, 153, 158, 159, 160, 170, 171

G

Grupo 12, 17, 21, 31, 51, 64, 65, 70, 71, 81, 82, 84, 86, 92, 93, 94, 95, 96, 108, 110, 112, 117, 126, 146, 163, 164, 175, 182, 183, 184, 185, 186, 187

I

Informações 12, 17, 18, 19, 20, 22, 29, 30, 36, 38, 44, 46, 47, 51, 60, 62, 63, 64, 83, 106, 111, 112, 117, 125, 127, 131, 132, 137, 138, 139, 147, 148, 158, 161, 165, 166, 167, 169, 181

Investigação 12, 13, 14, 15, 18, 26, 27, 29, 30, 33, 36, 37, 38, 44, 51, 55, 86, 95, 108, 109, 111, 112, 118, 132, 146, 153, 160, 162, 164, 165,

166, 168, 169, 170, 175, 178, 179, 180

M

Mandioca 85, 110, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119

Matemático 21, 30, 35, 36, 38, 45, 60, 62, 63, 70, 73, 83, 86, 93, 94, 96, 107, 108, 111, 112, 117, 119, 124, 125, 130, 131, 133, 134, 137, 139, 140, 145, 146, 148, 164, 166, 167, 168, 169, 178, 181, 183, 184, 186

Modelagem 15, 18, 21, 22, 23, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 51, 53, 54, 56, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 70, 71, 72, 77, 78, 79, 80, 87, 94, 95, 106, 110, 111, 112, 119, 120, 130, 131, 136, 140, 141, 142, 144, 146, 147, 148, 154, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 166, 168, 169, 170, 171, 174, 176, 180, 189

Momento 12, 15, 20, 36, 37, 38, 43, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 63, 64, 81, 85, 102, 108, 111, 113, 115, 118, 133, 139, 147, 153, 165, 166, 167, 168, 179

O

Objetivo 13, 14, 15, 26, 42, 44, 45, 52, 60, 61, 65, 71, 76, 77, 87, 92, 93, 101, 106, 108, 113, 124, 125, 126, 131, 132, 133, 135, 144, 153, 156, 158, 161, 167, 169, 175, 178, 179, 180, 181, 183

P

Perspectiva 12, 14, 16, 18, 22, 28, 39, 42, 46, 47, 48, 51, 54, 72, 76, 83, 87, 89, 95, 98, 102, 106, 107, 108, 109, 119, 128, 129, 130, 131, 145, 146, 154, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 188, 189

Produção 17, 44, 45, 46, 47, 53, 60, 64, 71, 72, 87, 106, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119, 120, 133, 141, 148, 151, 160, 165, 167, 180, 181

Q

R

Realidade 15, 16, 17, 18, 26, 39, 45, 51, 52, 61, 63, 70, 71, 72, 79, 82, 86, 87, 93, 107, 108, 109, 110, 111, 117, 134, 135, 137, 144, 146, 157, 160, 161, 162, 163, 164, 170, 176, 177, 180, 184, 189

T

Tecnologias 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 165, 166

Organizadores

Roberta Modesto Braga

Elizabeth Gomes Souza

Adilson Oliveira do Espírito Santo



MODELAGEM MATEMÁTICA



RE/CONSTRUÇÃO DE PERSPECTIVAS

RFB Editora

Home Page: www.rfbeditora.com

Email: adm@rfbeditora.com

WhatsApp: 91 98885-7730

CNPJ: 39.242.488/0001-07

Av. Augusto Montenegro, 4120 - Parque Verde,
Belém - PA, 66635-110

